UNIVERSIDADE ESTADUAL DO OESTE DO PARANÁ
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COLEGIADO DE MATEMÁTICA
Licenciatura em Matemática
UNIOESTE - *Campus* de Cascavel

BRUNO GONÇALVES
FERNANDA PAULA JOHN
LAÍS DRI DA ROSA
THALIA FALQUIEVICZ CORASSA

RELATÓRIO DA DISCIPLINA DE METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:
ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

CASCAVEL
2018

BRUNO GONÇALVES
FERNANDA PAULA JOHN
LAÍS DRI DA ROSA
THALIA FALQUIEVICZ CORASSA

METODOLOGIA E PRÁTICA DE ENSINO DE MATEMÁTICA:
ESTÁGIO SUPERVISIONADO I
PROMAT

Relatório apresentado como requisito parcial da disciplina para aprovação.

Orientadora: Profª. Msc. Arleni Elise Sella Langer.

CASCAVEL
2018

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus pelo dom da vida e, pela oportunidade de acordar todos os dias com paciência e coragem.

Agradecemos a todos os professores que estiveram presentes e contribuíram na realização deste trabalho. Em especial a professora e orientadora Arleni Elise Sella Langer, por compartilhar seus conhecimentos aprimorando nossas atividades e aulas, por agir com afeto e carinho, sempre nos incentivando e acreditando em nosso potencial.

Aos nossos familiares que mesmo distantes estavam sempre orando por nós, nos dando forças e nos apoiando a seguir em frente, superando todos os obstáculos para atingir nossos sonhos.

Aos nossos colegas de graduação, por compartilharem as alegrias e dificuldades no decorrer dessa caminhada, por todo o incentivo constante e experiência mútua.

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente na conclusão desta primeira etapa.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Representações gráficas..85
Tabela 2 – Ângulos polígonos...93
Tabela 3 – Classificação Poliedros 98
Tabela 4 – Cartas do jogo dominó..123
Tabela 5 – Stop da matemática..140
Tabela 5 – Fichas “Qual é o número”...141

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Bingômio 39
Figura 2 – Tabuleiro do jogo Trilha das equações 52
Figura 3 – Resolução das equações propostas no jogo..53
Figura 4 – Representção do par ordenado (3,4) 60
Figura 5 – Representação plano cartesiano..61
Figura 6 – Representação de pontos no plano cartesiano 63
Figura 7 – Representações gráficas..64
Figura 8 – Polígono 91
Figura 9 – Retângulo...95
Figura 10 – Quadrado 96
Figura 11 – Paralelogramo 96
Figura 12 – Triângulos...97
Figura 13 – Losango 97
Figura 14 – Trapézio 98
Figura 15 – Prismas 99
Figura 16 – Paralelepípedos 99
Figura 17 – Pirâmides..100
Figura 18 – Triângulo Equilátero..107
Figura 19 – Triângulo Isósceles...107
Figura 20 – Triângulo Escaleno...107
Figura 21 – Triângulo Retângulo..108
Figura 22 – Triângulo Acutângulo..108
Figura 23 – Triângulo Obtusângulo..108
Figura 24 – Mediana do triângulo...110
Figura 25 – Bissetriz do triângulo...110
Figura 26 – Mediatriz do triângulo..110
Figura 27 – Altura do triângulo...111
Figura 28 – Teorema de Tales..113
Figura 29 – Jogo da Memória...125
Figura 30 – Dominó..126
Figura 31 – 21 vasos..137
Figura 32 – Tangram..138

Figura 33 – Torre de Hanói....138
Figura 34 – Peça dominó....139
Figura 35 – Alunos realizando atividade com o Tangram....145
Figura 36 – Alunos realizando atividade com a Torre de Hanói....146
Figura 37 – Alunos jogando “trilha das quatro operações”....146
Figura 38 – Alunos jogando “Stop das equações”....147
Figura 39 – Jogo “Dominó das frações”....148

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....iv
LISTA DE FIGURAS.....v
1. INTRODUÇÃO.....1
2. PROMAT.....3
2.1 OPÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA ESCOLHIDA PELO GRUPO PARA O DESENVOLVIMENTO DAS AULAS.....4
2.2 CRONOGRAMA.....7
2.3 MÓDULO 1 - RAZÃO, PROPORÇÃO, REGRA DE TRÊS, POLINÔMIOS E EQUAÇÕES.....8
2.3.1 Plano de aula do dia 28/04/2018.....*8*
2.3.1.1 Relatório.....18
2.3.2 Plano de aula do dia 05/05/2018.....*20*
2.3.2.1 Relatório.....28
2.3.3 Plano de aula do dia 12/05/2018.....*30*
2.3.3.1 Relatório.....38
2.3.4 Plano de aula do dia 19/05/2018.....*40*
2.3.4.1 Relatório.....51
2.4 MÓDULO 2: CONJUNTOS, NUMÉRICOS E FUNÇÕES.....55
2.4.1 Plano de aula do dia 09/06/2018.....*55*
2.4.1.1 Relatório.....68
2.4.2 Plano de aula do dia 16/06/2018.....*70*
2.4.2.1 Relatório.....79

2.4.3 Plano de aula do dia 23/06/2018 .... *81*
2.4.3.1 Relatório 88

2.5 MÓDULO 3 – GEOMETRIA ....**ERROR! BOOKMARK NOT DEFINED.**0

2.5.1 Plano de aula do dia 30/06/2018 .... *90*
2.5.1.1 Relatório 104

2.5.2 Plano de aula do dia 07/07/2018 .... *106*
2.5.2.1 Relatório 120

2.5.3 Plano de aula do dia 14/07/2018 .... *122*
2.5.3.1 Relatório 128

2.6 PROMAT - CONSIDERAÇÕES 130

3 PROJETO DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA...132

3.1 Introdução...133
3.2 Objetivos..134
3.3 Metodologia..135
3.4 Público alvo..141
3.5 Cronograma..141
3.6 Resultados..141
3.7 Referências bibliográficas..142
3.8 Relatório do projeto Dia Nacional da Matemática......................................143

4 ANEXOS

ANEXO TANGRANS..150

ANEXO DOMINÓ DAS FRAÇÕES 150

ANEXO FICHAS COM AS DICAS (QUAL É O NÚMERO)......................................151

1. INTRODUÇÃO

Nesta pasta, estão presentes planos de aula e os relatórios de cada encontro, bem como as características da metodologia utilizada na prática de ensino, e as vivências ocorridas durante o período de desenvolvimento do projeto.

O conteúdo trabalhado com os alunos inscritos no projeto PROMAT, foi dividido em 20 encontros. Nos primeiros 10 encontros os alunos do curso de Licenciatura em Matemática, que estão cursando a disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática - Estágio Supervisionado I, trabalharam com turmas de, em princípio, 50 alunos. Esses 10 encontros foram divididos em 3 módulos, o primeiro módulo abordando os conceitos de razão, proporção, regra de três, equações e polinômios; o segundo módulo sobre conjuntos, introdução a função, função de primeiro e segundo grau; e o terceiro módulo sobre geometria. Os encontros eram realizados aos sábados pela manhã, das 8:00h às 11:40h.

Os planos de aula e a metodologia escolhida pelo grupo a ser trabalhada, foi pensada para que o PROMAT desse enfoque ao ENEM – Exame Nacional do Ensino Médio e a vestibulares, sendo assim, grande parte dos exercícios propostos foram retirados de provas de vestibulares e do ENEM.

Sobre a elaboração das atividades a serem realizadas durante a aula, planos de aulas, lista de exercícios e atividades lúdicas, tínhamos a preocupação de serem realizadas por todo o grupo, porém, algumas vezes isso não foi possível; sendo assim, as aulas da disciplina, às quintas feiras, foram de grande importância, pois, eram oportunidades de compartilharmos ideias, sobre como abordaríamos o conteúdo com os alunos.

Em nossas aulas abordamos as tendências Resolução de problemas e Investigação Matemática, pois acreditamos que as mesmas propiciam melhor compreensão e apropriação dos conteúdos, interligando a matemática com as vivências do dia a dia.

A utilização de recursos tecnológicos, durante as aulas, foi um instrumento valioso, pois, permitiu que definições e propriedades fossem projetadas, dessa forma nos auxiliou quanto a utilização do tempo, poupando-o em diversas vezes. Dessa maneira, não houve a necessidade de que ocupássemos parte da aula escrevendo no quadro. O *software* Geogebra, foi de fundamental importância para a elucidação de inúmeros conteúdos, principalmente acerca de geometria e gráficos de funções, consequentemente, o utilizamos diversas vezes durante a prática de ensino.

2. PROMAT

O projeto PROMAT – Programa de Acesso e de Permanência de Estudantes da Rede Pública de Ensino em Universidades Públicas: Um enfoque à Área de Matemática é executado na UNIOESTE – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, no *Campus* de Cascavel. São ofertados conteúdos de matemática da Educação Básica exigidos nos concursos vestibulares da UNIOESTE, no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM e em outros processos seletivos, na forma de "Curso Preparatório de Matemática", objetivando a apropriação de determinados conteúdos, conceitos e estruturas matemáticas.

As aulas são ministradas por alunos estagiários do Curso de Licenciatura em Matemática, sob a supervisão e orientação dos professores do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática. As aulas ocorrem aos sábados de manhã, totalizando 20 encontros de quatro horas aulas. São atendidos alunos de Ensino Médio da rede pública de ensino oriundos da cidade de Cascavel e região, também alunos ingressantes no curso de Matemática e de outros cursos que fizeram inscrições no projeto.

No primeiro semestre do PROMAT, trabalhamos com conteúdos de matemática do Ensino Fundamental, enfocando sempre problemas dos vestibulares e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), já que nosso objetivo era preparar os alunos para essas provas, sanar suas dúvidas e despertar o gosto pela matemática, rompendo aquela imagem que a mesma é chata e sem utilidade. Para cumprir com esses objetivos foram produzidas aulas, materiais e atividades dinâmicas, na disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I.

O projeto é de suma importância para todos os participantes, tanto para os alunos que visam ampliar seus conhecimentos e em decorrer disso, suas chances de entrar em cursos de Ensino Superior, quanto para os estagiários que visam ampliar suas experiências e necessitam da prática para promover um ensino de qualidade.

2.1 Opção Teórica e Metodológica (escolhida pelo grupo para o desenvolvimento das aulas)

Diante das dificuldades no ensino da Matemática, procuramos uma maneira de intervir, buscando metodologias e alternativas que auxiliassem na preparação das nossas aulas e que facilitassem a aprendizagem dos alunos de forma significativa.

> O ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (BRASIL, 1997, p. 26)

E, com o objetivo de promover essa aprendizagem significativa, optamos pela utilização predominante das metodologias Resolução de Problemas e Investigação Matemática, as quais tinham como principal foco resgatar o conhecimento prévio dos alunos frente aos conteúdos e assim, relacioná-lo com o novo conceito a ser trabalhado.

Essas metodologias propiciavam também o trabalho em grupo, a criatividade para resolver os problemas, os quais apresentavam diversas formas de resolução, a autoconfiança para encontrar um caminho, mesmo que não estivesse correto e, o prazer em chegar a uma solução. Segundo Polya (1995, p.V):

> Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

Como o PROMAT tinha o objetivo de preparar os alunos para o ENEM e vestibulares, utilizamos todos os problemas advindos dessas provas, visando motivar os alunos e familiarizá-los com essas estruturas, as quais usualmente exigem maior interpretação e análise.

Em todas as aulas deixamos que os alunos resolvessem os problemas propostos sozinhos, nós professores apenas os auxiliávamos a encontrar o caminho para a solução; isso fez com que os alunos adquirissem autoconfiança e acreditassem no seu potencial.

Para melhor compreensão dos conteúdos sugerimos aos alunos que trabalhassem em grupos, pois poderiam assim, ajudar um ao outro, de forma a facilitar o entendimento e aprendizagem.

Pudemos constatar na prática o que relata D' Ambrosio (1989), no que concerne a concepção da maioria dos alunos em relação à Matemática. Segundo a autora:

> Alunos passam a acreditar que a aprendizagem de matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos. Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor. Os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios.

No decorrer da nossa prática, tentamos utilizar propostas e estratégias que rompessem com essa ideia errônea frente ao ensino de matemática. Propiciando aos alunos que fossem construtores do seu próprio conhecimento, desenvolvendo a autoconfiança na sua capacidade de criar e fazer matemática.

Para melhor apropriação dos conteúdos e, a fim de contribuir para uma aprendizagem significativa, tornamos as aulas diversificadas e atrativas, por meio de atividades lúdicas, como a utilização de materiais manipuláveis e jogos, realizamos também experimentos e utilizamos o *software* Geogebra.

> Os jogos podem contribuir para um trabalho de formação de atitudes: enfrentar desafios, lançar-se à busca de soluções, desenvolvimento da crítica, da intuição, da criação de estratégias e da possibilidade de alterá-las quando o resultado não é satisfatório, atitudes essas necessárias para aprendizagem da Matemática. (BRASIL, 1998, p.47).

Acreditamos ter feito uma junção adequada desses recursos, proporcionando a construção do espírito crítico, criativo e cooperativo nos alunos.

Portanto, percebemos que os estudos teóricos e metodológicos são de suma importância, por meio deles podemos promover novos conhecimentos, relacioná-los aos anteriores, além de ampliar a qualidade da nossa prática docente, uma vez que a educação exige cada vez mais profissionais competentes e qualificados.

Referências

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL, Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates**. SBEM. Ano II. N 2. Brasília, 1989, p. 15-19.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

2.2 Cronograma

Encontro	Data	Conteúdo
1	28/04	Razões/proporções
2	05/05	Regras de três
3	12/05	Polinômios
4	19/05	Equações
5	09/06	Conjuntos Numéricos Introdução Funções
6	16/06	Função Afim
7	23/06	Função Quadrática
8	30/06	Geometria
9	07/07	Geometria
10	14/07	Geometria

2.3 Módulo 1 - Razão, Proporção, Regra de Três, Polinômios e Equações

2.3.1 Plano de aula do dia 28/04/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Definir razão e proporção, identificar suas aplicações e resolver exercícios envolvendo esses conteúdos.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com razão e proporção, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Resolver problemas que envolvem razões e proporções.
- Aprender métodos de resolução desses problemas.
- Avaliar se as grandezas comparadas são diretas ou inversamente proporcionais.

Conteúdo:

Razões e Proporções

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, lápis, computador, projetor, crachás, listas de exercícios.

Dinâmica de apresentação:

Trocando os crachás (40 minutos)

Objetivos: Conhecer os integrantes do grupo, “quebrar o gelo”, chamar à participação.

Material: Crachás para todos, contendo os nomes de cada um.

Desenvolvimento:

i) No início do encontro, iremos distribuir crachás para cada um preencher com seu nome.

ii) Após isso eles serão recolhidos.

iii) Em seguida cada aluno deverá se apresentar, contando seu nome, sua idade, sua cidade, por que escolheu fazer o PROMAT e outras informações que desejar.

iv) Depois cada aluno pegará um crachá e tentará achar a pessoa com o nome correspondente.

Encaminhamento metodológico:

Após a dinâmica de apresentação iremos explicar aos alunos que o PROMAT é um Projeto de Ensino institucional do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática que visa atender alunos da rede pública estadual de ensino. Em sua primeira fase, as atividades são direcionadas aos estudantes que buscam acesso aos cursos superiores. São ofertados conteúdos de matemática da Educação Básica exigidos nos concursos vestibulares da UNIOESTE, no Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM e em outros processos seletivos, na forma de “Curso Preparatório de Matemática”, objetivando a apropriação de determinados conteúdos, conceitos e estruturas matemáticas.

As aulas serão ministradas por alunos estagiários do Curso de Licenciatura em Matemática, sob a supervisão e orientação dos professores do Colegiado do Curso de Licenciatura em Matemática da UNIOESTE de Cascavel. Em seguida, será mencionado que ocorrerão dez encontros aos sábados, sendo que esses encontros são divididos em três módulos, apresentando os conteúdos que serão abordados no decorrer dos encontros (Módulo 1: Razões e Proporções, Regras de Três, Polinômios e Equações; Módulo 2: Conjuntos Numéricos e Introdução às Funções, Função Afim e Função Quadrática; Módulo 3: Geometria).

Feitas as apresentações e com as mesas e cadeiras previamente arranjadas em grupos de quatro alunos iremos introduzir o conteúdo de razão por meio de um problema inicial.

Atividade 1 (40 minutos)

Dois carros A e B partem para uma viagem. O carro A percorre 150 km, sendo o mesmo movido à gasolina, consumindo 10 litros de combustível nessa viagem. O carro B percorre 200 km, movido a etanol, consumindo 20 litros de combustível. Nessa situação, considere o preço do litro de gasolina R$ 4,60 e do etanol R$ 3,10.

a) Quantos km cada carro percorre com um litro de combustível?
b) Qual foi o gasto de cada carro?

Iremos discutir as resoluções dos alunos, realizando algumas colocações e logo após será introduzida a definição de razão, seguida de um exemplo para melhor compreensão.

<u>Definição:</u>

Se a e b são dois números racionais, *b ≠ 0*, dizemos que $\frac{a}{b}$ é a razão entre *a* e *b*, nessa ordem. Lemos: "razão de *a* para *b*" ou "*a* está para *b*".

Exemplo:

Calcule as razões correspondentes a cada item, considerando a seguinte situação:

Em uma partida de basquete a equipe de Paulinho e de Vítor marcou 80 pontos, dos quais Paulinho marcou 16 pontos e Vítor marcou 20 pontos.

a) Razão entre o número de pontos marcados por Paulinho e o número de pontos marcados por Vítor (na forma de fração irredutível).
b) Razão entre o número de pontos marcados por Vítor e o número de pontos marcados pela equipe (na forma de porcentagem).
c) Razão entre o número de pontos marcados por Vítor e o número de pontos marcados por Paulinho (na forma de número decimal).

Atividade 2 (30 minutos)

Em seguida, os alunos irão resolver algumas atividades para fixação. Elas serão resolvidas e discutidas em sala, com objetivo de sanar as dúvidas que ficaram pendentes.

Exercícios:

1. Em um jogo de vôlei, de cada 12 saques que Rita deu, acertou 8.

a) Qual é a razão entre o número de acertos e o número de saques?
b) Se ela tivesse dado apenas 3 saques com o mesmo desempenho, quantos deles ela teria acertado? E quantos ela teria errado?

2. (ENEM – 2014- “Adaptada”) Boliche é um jogo em que se arremessa uma bola sobre uma pista para atingir dez pinos, dispostos em uma formação de base triangular, buscando derrubar o maior número de pinos. A razão entre o total de vezes em que o jogador derruba todos os pinos e o número de jogadas determina seu desempenho. Em uma disputa entre cinco jogadores, foram obtidos os seguintes resultados:
   Jogador I - Derrubou todos os pinos 50 vezes em 85 jogadas.
   Jogador II - Derrubou todos os pinos 40 vezes em 65 jogadas.
   Jogador III - Derrubou todos os pinos 20 vezes em 65 jogadas.
   Jogador IV - Derrubou todos os pinos 30 vezes em 40 jogadas.
   Jogador V - Derrubou todos os pinos 48 vezes em 90 jogadas.
   Qual jogador teve o melhor desempenho?
3. (ENEM - 2016) Para garantir a segurança de um grande evento público que terá início às 4 h da tarde, um organizador precisa monitorar a quantidade de pessoas presentes em cada instante. Para cada 2 000 pessoas se faz necessária à presença de um policial. Além disso, estima-se uma densidade de quatro pessoas por metro quadrado de área de terreno ocupado. Às 10 h da manhã, o organizador verifica que a área de terreno já ocupada equivale a um quadrado com lados medindo 500 m. Porém, nas horas seguintes, espera-se que o público aumente a uma taxa de 120 000 pessoas por hora até o início do evento, quando não será mais permitida a entrada de público. Quantos policiais serão necessários no início do evento para garantir a segurança?

Após o término das atividades, será iniciado o conteúdo de proporção por meio de um problema inicial.

Atividade 3 (35 minutos)

Um grupo de 6 amigos vai fazer uma viagem e verifica que o custo total do grupo é de R$ 5.400,00. Como dois outros amigos se juntaram ao grupo para essa viagem, e o gasto aumentou proporcionalmente, o custo total passou a ser de?

Após os alunos resolverem, serão discutidas as resoluções obtidas, e então iremos introduzir o conceito de proporção, seguido de um exemplo.

Definição:

Proporção é uma igualdade entre duas razões. Uma proporção envolve quatro números: *a, b, c* e d. Nessa ordem, temos a proporção:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad ou \quad a : b = c : d$$

(*b* e d são diferentes de 0). Lê-se: "a está para *b*, assim como *c* está para d".

Propriedades:

i. Considere a, b, c *e* d. *números racionais não-nulos. Nessa ordem, eles formam uma proporção quando* $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *e assim temos que a propriedade fundamental de proporção é dada por:*

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Dem.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a \cdot b}{b} = \frac{c \cdot b}{d} \Rightarrow a = \frac{c \cdot b}{d} \Rightarrow a \cdot d = \frac{c \cdot b \cdot d}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

ii. Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *, então* $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$ *ou* $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$

Dem.

Seja $\frac{a+b}{a} = \frac{c+d}{c}$

Multiplicando por ac os dois lados da igualdade temos:

$$\frac{(a \cdot c) \cdot (a+b)}{a} = \frac{(c+d) \cdot (a \cdot c)}{c}$$

Simplificando e fazendo a distributividade temos:

$$a \cdot c + b \cdot c = a \cdot c + a \cdot d$$

Por a.c estar em ambos os lados da igualdade temos que:

$$b \cdot c = a \cdot d$$

iii. Se $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ *, então* $\frac{a-b}{a} = \frac{c-d}{c}$ *ou* $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$

Dem.

A demonstração desse item é análoga ao anterior.

iv. Se $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ *, então* $\frac{a+c}{b+d}=\frac{a}{b}$ *e* $\frac{a+c}{b+d}=\frac{c}{d}$.

v. Se $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ *, então* $\frac{a-c}{b-d}=\frac{a}{b}$ *e* $\frac{a-c}{b-d}=\frac{c}{d}$.

Exemplo:

Márcio e Larissa tiveram o mesmo aproveitamento em um concurso de perguntas e respostas. Márcio respondeu a 30 questões e acertou 24. Larissa respondeu a 35 questões. Quantas questões Larissa acertou?

Atividade 4 (30 minutos)

Em seguida, serão distribuídos alguns exercícios para serem resolvidos e discutidos em sala.

Exercícios:

1. A maquete de um edifício foi feita na razão de 6 para 750 cm. A maquete tem 54 cm de altura. Calcular a altura desse edifício.
2. Mantendo determinada velocidade constante, um automóvel consome sempre 1 litro de gasolina para percorrer 5 km.

a) Preencha a tabela com a quantidade de combustível e a distância percorrida por esse carro.

Gasolina (L)	1	10			40,5	50
Distância (km)			75	157		

b) Relacione a quantidade de gasolina consumida com a distância percorrida por meio de uma razão. Qual foi a razão obtida?

3. (PUC Campinas – 2015) Para fazer a digitalização de 30 páginas, um estagiário leva 28 minutos. Se o estagiário trabalhar durante suas 4 horas e 40 minutos de expediente com o dobro dessa velocidade de digitalização, nesse expediente de trabalho, ele será capaz de digitalizar quantas páginas?

Atividade 5 (40 minutos)

Posteriormente, iremos introduzir os conceitos de grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, através da definição, seguida de um exemplo para melhor entendimento.

Grandezas diretamente proporcionais: Duas grandezas variáveis são diretamente proporcionais quando variam na mesma razão. Ou seja, quando o valor de uma grandeza dobra, o valor da outra grandeza também dobra, e assim por diante.

Exemplo:

Um carro percorre:

- 80 km em 1 hora
- 160 km em 2 horas
- 240 km em 3 horas

Então, o tempo e a distância são grandezas diretamente proporcionais, pois variam (aumentam ou diminuem) na mesma proporção.

Grandezas inversamente proporcionais: Duas grandezas variáveis dependentes são inversamente proporcionais quando variam na razão inversa. Ou seja, quando uma grandeza dobra a outra se reduz à metade.

Exemplo:

Um carro faz um percurso em:

- 1 hora com velocidade de 90 km/h
- 2 horas com velocidade de 45 km/h
- 3 horas com velocidade de 30 km/h

Se fosse necessário fazer esse mesmo percurso em meia hora, qual deveria ser a velocidade média?

Então, o tempo e a velocidade são grandezas inversamente proporcionais, conforme mostrado no exemplo acima.

Exercícios:

1- Para encher um tanque são necessárias 60 vasilhas de 6 litros cada uma. Se forem usadas vasilhas de 2 litros cada uma, quantas serão necessárias? Identifique se as grandezas são direta ou inversamente proporcional.

2- Pedro deseja realizar sua festa de aniversário e para isso irá comprar 30 latas de refrigerante com capacidade de 200 mL cada uma, no intuito de evitar desperdício. Caso ele opte por comprar latas de 600 mL, quantas ele deverá comprar? Identifique se as grandezas são direta ou inversamente proporcionais.

Ao final da aula será entregue uma lista de exercícios para os alunos resolverem em casa; dessa sanaremos as dúvidas no próximo encontro, retomando os conceitos. (Anexo 1).

Avaliação:

A avaliação ocorrerá de forma contínua por meio da participação, resolução de exercícios em sala e em casa.

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 7º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DINÂMICAS PARA GRUPOS. Trocando os crachás. Disponível em: <http://dinamicasparagrupos.blogspot.com.br/2009/08/dinamicas-de-apresentacao.html>. Acesso em: 03 abr. 2018.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 6ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

Lista de exercícios – 1º Encontro

1. A razão entre o comprimento da sombra e da altura de um edifício é de 2/3. Se o edifício tem 12 m de altura, qual o comprimento da sombra?
2. A soma das idades de um pai, de um filho e de um neto é de 105 anos. Sabendo-se que a idade do pai está para 8, assim como a do filho está para 5 e a do neto está para 2. Qual a idade de cada um?
3. A comida que restou para 3 náufragos seria suficiente para alimentá-los por 12 dias. Um deles resolveu saltar e tentar chegar a terra nadando. Com um náufrago a menos, qual será a duração dos alimentos?

4. Três caminhões transportam 200m³ de areia. Para transportar 1600m³ de areia, quantos caminhões iguais a esse seriam necessários?
5. Um pintor trabalhando 8 horas por dia, durante dez dias ele pinta 7500 telhas quantas horas por dia deve trabalhar esse pintor para que ele possa pintar 6000 telhas em 4 dia?
6. (PUC-SP – 2015) Três irmãs – Jasmim, Flora e Gardênia – reservaram para as compras de Natal as quantias de 600 reais, 360 reais e 120 dólares, respectivamente. Antes de sair às compras, as três fizeram o seguinte acordo: o total de reais reservados por Jasmim e Flora seria igualmente dividido entre as três, enquanto que, os dólares reservados por Gardênia seriam totalmente repassados a Jasmim e Flora em partes proporcionais às quantias que cada uma delas tinha inicialmente. Considerando que o acordo foi cumprido, quantos dólares Jasmim recebeu a mais do que Flora?
7. (ENEM - 2014) Durante uma epidemia de uma gripe viral, o secretário de saúde de um município comprou 16 galões de álcool em gel, com 4 litros de capacidade cada um, para distribuir igualmente em recipientes para 10 escolas públicas do município. O fornecedor dispõe à venda diversos tipos de recipientes, com suas respectivas capacidades listadas:
    - Recipiente I: 0,125 litro
    - Recipiente II: 0,250 litro
    - Recipiente III: 0,320 litro
    - Recipiente IV: 0,500 litro
    - Recipiente V: 0,800 litro

    O secretário de saúde comprará recipientes de um mesmo tipo, de modo a instalar 20 deles em cada escola, abastecidos com álcool em gel na sua capacidade máxima, de forma a utilizar todo o gel dos galões de uma só vez.

    Que tipo de recipiente o secretário de saúde deve comprar?
8. (ESPM - 2013) O consumo de combustível de um trator de arado, por tempo de trabalho, é de 18 litros por hora. Esse mesmo consumo, por área trabalhada, é de 15 litros por hectare. Podemos estimar que, em 10 horas de trabalho, esse trator poderá arar quantos hectares?
9. (ENEM - 2001) Um engenheiro, para calcular a área de uma cidade, copiou sua planta numa folha de papel de boa qualidade, recortou e pesou numa balança

de precisão, obtendo 40 g. Em seguida, recortou do mesmo desenho, uma praça de dimensões reais 100 m × 100 m pesou o recorte na mesma balança e obteve 0,08 g. Com esses dados foi possível dizer que a área da cidade, em metros quadrados, é de, aproximadamente?

2.3.1.1 RELATÓRIO

Relatório do dia 28/04/2018

No dia 28 de abril de 2018, sábado, tivemos o primeiro encontro do PROMAT na UNIOESTE Cascavel. Em nossa lista de chamada constavam 71 alunos, porém, no início da aula havia 35 alunos presentes. Nosso grupo é formado por quatro estagiários, que se alternaram nas atividades propostas. Começamos a aula cumprimentando e agradecendo a presença de todos, apresentando o projeto e, também nos apresentando de forma rápida. Após isso, foi feita uma breve introdução comentando sobre essa ser a nossa primeira experiência como professores em uma sala de aula. Um pedido de participação dos alunos foi realizado, ressaltando que, não deveriam apenas se contentar em ouvir o professor explanando o conteúdo, mas participarem ativamente da aula, sanando todas as suas dúvidas.

Em seguida a esse momento inicial, a aula se voltou a uma atividade de integração entre os alunos os quais deveriam destacar características pessoais a toda sala. Entre essas características colocamos algumas como principais, sendo que essas deveriam ser ditas por todos; tais como nome, colégio que estuda e qual curso pretendiam fazer na graduação.

Sentimos que os alunos estavam “presos”, tímidos no início da atividade, mas conforme iam se apresentando, começavam a falar mais livremente com os colegas. Durante a atividade mais três alunos chegaram a turma; foram encaminhados aos grupos já existentes na sala. Quando todos haviam se apresentado, distribuímos aleatoriamente os crachás com os nomes dos alunos presentes entre todos os participantes e, esses deveriam identificar o participante cujo crachá lhe havia sido entregue. Foi combinado entre a turma que cada aluno teria três chances de acertar a quem pertencia o crachá; observou-se um grande número de acertos, o que demonstrou a atenção dispensada à atividade proposta.

Posteriormente, abordamos um problema introdutório sobre razão, o qual os alunos não tiveram muitas dificuldades para resolver, apresentando diversas resoluções. Solicitamos aos alunos que fossem ao quadro resolver o exercício, porém, não tivemos êxito, então apresentamos(nós estagiários) algumas formas resolutivas. Em seguida, exploramos a definição formal de razão, apresentando um exemplo para melhor compreensão. Então, foram disponibilizados aos alunos exercícios referentes ao conteúdo trabalhado. Realizando em seguida suas correções com objetivo de sanar quaisquer dúvidas. Observamos que houve diversas formas de resolução, e os alunos apresentaram domínio do conteúdo, conseguindo resolver os exercícios sem muitas dificuldades. Durante essa atividade circulamos pelos grupos esclarecendo dúvidas.

Os alunos tiveram maior dificuldade em um exercício relacionado a razão, seu enunciado extenso pode ter dificultado a compreensão, assim como a seleção dos dados relevantes. Realizamos a correção dos mesmos no quadro, pedindo a participação dos alunos e esclarecendo dúvidas.

Após corrigidos os exercícios sobre razão, introduzimos o conceito de proporção, por meio de um exercício, questionamos a turma sobre o modo como cada um chegou ao resultado. Sentimos nessa hora como a turma foi participativa na aula, pois a maioria dos grupos compartilhou sua forma de resolução com os demais. Então corrigirmos formalmente o exercício, apresentamos a definição de proporção e algumas de suas propriedades. Foram feitas as deduções de algumas dessas propriedades, as quais remontam a ideia de demonstração matemática.

Ainda sobre proporção, abordamos um exemplo que resolvemos de diversas formas, algumas dessas sugeridas pelos próprios alunos. Então distribuímos exercícios os quais seriam corrigidos em sala. Os alunos se mostraram interessados nos exercícios, sempre dispostos a compartilhar com seus colegas estratégias de resolução. Surgiram algumas dúvidas nos grupos, que foram logo esclarecidas.

A correção dos exercícios se seguiu sempre questionando os alunos quanto às estratégias utilizadas por eles na obtenção do resultado. Em um exercício havia a necessidade de preenchimento de uma tabela com os resultados obtidos, nesse momento um aluno se prontificou a ir preenchê-la no quadro e explicar como os tinha obtido.

Por fim, entregamos uma lista de exercícios que deverá ser resolvida em casa e apresentamos os conteúdos que serão trabalhados na próxima aula, agradecendo a presença de todos.

2.3.2 Plano de aula do dia 05/05/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Compreender e aplicar a proporcionalidade (regra de três).

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com regra de três simples e regra de três composta, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Resolver problemas que envolvam regra de três simples e composta por diversos métodos.
- Diferenciar quando a regra de três é simples ou composta.
- Identificar as grandezas e organizar a resolução.
- Avaliar se são grandezas diretas ou inversamente proporcionais.

Conteúdo:

Proporcionalidade (Regras de Três).

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, computador, projetor, lista de exercícios.

Encaminhamento metodológico

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Posteriormente, será introduzido o novo conteúdo através de um problema inicial, e em seguida a definição e exemplos.

Atividade 1 (50 minutos)

(ENEM - 2012) Uma mãe recorreu à bula para verificar a dosagem de um remédio que precisava dar a seu filho. Na bula, recomendava-se a seguinte dosagem: 5 gotas para cada 2kg de massa corporal a cada 8 horas. Se a mãe ministrou corretamente 30 gotas do remédio a seu filho a cada 8 horas, então qual é a massa corporal dele?

Iremos discutir as resoluções dos alunos, realizando algumas colocações e logo após será introduzida à definição de regra de três, seguida de um exemplo para melhor compreensão.

Definição:

Regra de três é uma regra prática que permite resolver problemas que envolvem valores de duas ou mais grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

A regra de três é utilizada em problemas que possuem três números conhecidos de grandezas direta ou inversamente proporcionais que procura o quarto numero o qual é chamado quarta proporcional.

Exemplo:

Doze pedreiros constroem uma casa em cinco dias. Quantos dias levariam vinte pedreiros para construir a mesma casa?

Iremos explicar que o exemplo anterior trata de uma regra de três simples, a qual envolve somente duas grandezas; será discutido ainda que o mesmo exemplo envolve uma grandeza inversamente proporcional, pois se aumentarmos o número de pedreiros para trabalhar, o número de dias para o término da construção irá diminuir.

Para melhor compreensão e fixação, iremos passar alguns exercícios para serem resolvidos e discutidos em sala.

Exercícios:

Resolva os exercícios utilizando regra de três simples, identificando se as grandezas são diretamente ou inversamente proporcionais.

1. Tatiana comprou 8 m de um tecido por R$ 480,00. Quanto vai pagar por 10 m do mesmo tecido?
2. Um avião, à velocidade de 800 km por hora, leva 42 minutos para ir de São Paulo a Belo Horizonte. Se a velocidade do avião fosse de 600 km por hora, em quanto tempo faria a mesma viajem?
3. Com 4 pessoas trabalhando, é possível aparar a grama de um campo de golfe em 72 minutos. Com 6 pessoas trabalhando, em quanto tempo o gramado ficaria pronto?

4. (UFMG) Um relógio atrasa 1 min e 15 s a cada hora. No final de um dia, quanto ele atrasará?
5. (FCC – 2012) – Oito caminhões pipa de mesma capacidade foram contratados para encher completamente 12 reservatórios de água de um condomínio, também com capacidades iguais. Como 2 caminhões quebraram antes de chegar ao seu destino, os que restaram encheram completamente quantos reservatórios?

Após entender o conceito de regra de três simples, iremos apresentar os conceitos de regra de três composta.

Atividade 2 (50 minutos)

(UFMG)Ao reformar-se o assoalho de uma sala, suas 49 tábuas corridas foram substituídas por tacos. As tábuas medem 3 m de comprimento por 15 cm de largura e os tacos 20 cm por 7,5 cm. Qual foi o número de tacos necessários para essa substituição?

Serão discutidas as resoluções dos alunos, realizando algumas colocações e logo após iremos introduzir a definição de regra de três composta, explicando o conceito e como resolvê-la, seguida de um exemplo para favorecer a compreensão.

Definição:

A regra de três composta é utilizada em problemas com mais de duas grandezas, direta ou inversamente proporcionais.

Quando as grandezas são diretamente proporcionais à razão se mantém igual na multiplicação. Porém, quando as grandezas são inversamente proporcionais à razão inverte na multiplicação.

Exemplo:

Paulo é representante de uma loja de utilidades domésticas. Ele costuma percorrer 1260 km em 5 dias, viajando-se 6 horas por dia. Quantos dias ele levará para percorrer 2520 km, viajando 4 horas por dia?

Resolução:

Iremos abordar duas formas de resolução do problema.

1º modo: Aritmeticamente

Primeiro vamos descobrir quanto tempo (fração do dia) Paulo gasta para percorrer 1 km, viajando 1 h/dia.

Distância	Horas/dia	Dias
1260 km	6 h/dia	5 dias
1 km	6 h/dia	$\frac{5}{1260} = \frac{1}{252}$ do dia
1 km	1 h/dia	$\frac{1}{252} \times 6 = \frac{1}{42}$ do dia
2520 km	1 h/dia	$\frac{1}{42} \times 2520 = 60$ dias
2520 km	4 h/dia	$\frac{60}{4} = 15$ dias

2º modo: Algebricamente

Distância	Horas/dia	Dias
1260 km	6 h/dia	5 dias
2520 km	4 h/dia	x

Supondo que o número de horas por dia não varie:

Distância	Horas/dia	Dias
1260 km	6 h/dia	5 dias
2520 km	4 h/dia	x

Aumenta Aumenta

Grandezas diretamente proporcionais

Supondo que a distância não varie:

Horas/dia	Distância	Dias
6 h/dia	1260 km	5 dias
4 h/dia	2520 km	x

Diminui Aumenta

Grandezas inversamente proporcionais

Nessa situação, o número de dias é diretamente proporcional à distância e inversamente proporcional ao número de horas por dia, portanto:

$$\frac{5}{x} = \frac{1260}{2520} \cdot \frac{4}{6}$$

$$x = \frac{5 \cdot 2520 \cdot 6}{1260 \cdot 4}$$

$$x = 15 \text{ dias}$$

Atividade 3 (60 minutos)

Em seguida, os alunos irão resolver algumas atividades para melhor fixação do conteúdo, as mesmas serão resolvidas e discutidas em sala, com objetivo de sanar as dúvidas que ficaram pendentes.

1) Vinte operários, trabalhando 8 horas por dia, gastam 18 dias para construir um muro de 300 metros. Quanto tempo levará uma turma de 16 operários, trabalhando 9 horas por dia, para construir um muro de 225 metros?
2) Um caminhoneiro entrega uma carga em um mês, viajando 8 horas por dia, a uma velocidade média de 50 km/h. Quantas horas por dia ele deveria viajar para entregar essa carga em 20 dias, a uma velocidade média de 60 km/h?
3) Com uma certa quantidade de fio, uma fábrica produz 5400 m de tecido com 90 centímetros de largura em 50 minutos. Quantos metros de tecido, com 1 metro e 20 centímetros de largura, seriam produzidos em 25 minutos?
4) (ENEM-2013) Uma indústria tem um reservatório de água com capacidade para 900 m³. Quando há necessidade de limpeza do reservatório, toda a água precisa ser escoada. O escoamento da água é feito por seis ralos, e dura 6 horas quando o reservatório está cheio. Esta indústria construirá um novo reservatório, com capacidade de 500 m³, cujo escoamento da água deverá ser realizado em 4 horas, quando o reservatório estiver cheio. Os ralos utilizados no novo reservatório deverão ser idênticos aos do já existente. Qual a quantidade de ralos do novo reservatório?
5) (ENEM - 2009) Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros

10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha. Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, qual seria a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado?

Ao final da aula será entregue uma lista de exercícios para os alunos resolverem em casa e sanaremos as dúvidas no próximo encontro, retomando os conceitos. (Anexo 1).

Avaliação:

A avaliação se desenvolverá no decorrer da aula por meio da observação e registro do desenvolvimento dos conceitos aprendidos pelos alunos em suas resoluções, e ainda por meio das resoluções da lista de exercícios que foi entregue.

Referências:

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 7º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 6ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

Lista de exercícios – 2º Encontro

1. (ENEM 2013) Um dos grandes problemas enfrentados nas rodovias brasileiras é o excesso de carga transportada pelos caminhões. Dimensionado para o tráfego dentro dos limites legais de carga, o piso das estradas se deteriora com o peso excessivo dos caminhões. Além disso, o excesso de carga interfere na capacidade de frenagem e no funcionamento da suspensão do veículo, causas frequentes de acidentes. Ciente dessa responsabilidade e com base na experiência adquirida com pesagens, um caminhoneiro sabe que seu caminhão pode carregar no máximo 1.500 telhas ou 1.200 tijolos. Considerando esse caminhão carregado com 900 telhas, quantos tijolos, no máximo, podem ser acrescentados à carga de modo a não ultrapassar a carga máxima do caminhão?

2. (Concurso público-PI) Sabendo que o comprimento do muro Parque Zoobotânico é de aproximadamente 1,7 km e sua altura é de 1,7 m, um artista plástico pintou uma área correspondente a 34 m² do muro em 8 horas trabalhadas em um único dia. Trabalhando no mesmo ritmo e nas mesmas condições, quantos dias ele levará para pintar este muro?
3. (Concurso público-PI) Uma construtora iniciou um empreendimento e pretendia construir durante 45 dias o maior número de casas possíveis. Os trabalhos foram iniciados com 48 operários e após 15 dias trabalhados com duração de 6 horas diárias, perceberam que tinham construídos apenas 18 casas. Vendo que não conseguiriam construir um número significativo de casas, o engenheiro responsável pela obra acrescentou 12 operários e aumentou a carga horária diária de trabalho em 2 horas. Admitindo-se que o ritmo de construção tenha se mantido constante, a quantidade de casas construídas ao final do prazo estipulado foi de?
4. (ENEM 2012) Nos shopping centers costumam existir parques com vários brinquedos e jogos. Os usuários colocam créditos em um cartão, que são descontados por cada período te tempo de uso dos jogos. Dependendo da pontuação da criança no jogo, ela recebe certo número de tíquetes para trocar por produtos nas lojas dos parques.

   Suponha que o período de uso de um brinquedo em certo shopping custa R$ 3,00 e que uma bicicleta custa 9 200 tíquetes.

   Para uma criança que recebe 20 tíquetes por período de tempo que joga, qual o valor, em reais, gasto com créditos para obter a quantidade de tíquetes para trocar pela bicicleta?
5. (ENEM 2011) Você pode adaptar as atividades do seu dia a dia de uma forma que possa queimar mais calorias do que as gastas normalmente, conforme a relação seguinte:

   – Enquanto você fala ao telefone, faça agachamentos: 100 calorias gastas em 20 minutos.

   – Meia hora de supermercado: 100 calorias.

   – Cuidar do jardim por 30 minutos: 200 calorias.

   – Passear com o cachorro: 200 calorias em 30 minutos.

   – Tirar o pó dos móveis: 150 calorias em 30 minutos.

   – Lavar roupas por 30 minutos: 200 calorias.

Uma pessoa deseja executar essas atividades, porém, ajustando o tempo para que, em cada uma, gaste igualmente 200 calorias. A partir dos ajustes, quanto tempo a mais será necessário para realizar todas as atividades?

2.3.2.1 RELATÓRIO

Relatório do dia 05/05/2018

No dia 05 de maio de 2018, sábado, tivemos o segundo encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 37 alunos. Iniciamos a aula retomando os exercícios e problemas que haviam sido propostos no encontro anterior, resolvendo-os no quadro, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções. Neste início de aula, tivemos êxito no que diz respeito à participação ativa dos alunos, os mesmos se mostraram prestativos, indo resolver as atividades no quadro, expondo suas formas de resoluções com liberdade.

Posteriormente, abordamos um problema introdutório sobre proporcionalidade, o qual os alunos não tiveram dificuldades para resolver. Solicitamos aos alunos que discutissem a forma como resolveram, para perceberem as diferentes estratégias resolutivas. Em seguida, exploramos a definição formal de proporcionalidade, apresentando um exemplo para melhor compreensão. Então, foram disponibilizados aos alunos exercícios referentes ao conteúdo trabalhado. Realizando em seguida suas correções com objetivo de sanar quaisquer dúvidas. Observamos que os alunos apresentaram domínio do conteúdo, conseguindo resolver os exercícios sem muitas dificuldades.

Durante as atividades circulamos pelos grupos esclarecendo dúvidas. Os alunos tiveram maior dificuldade na parte em que deviam analisar se as grandezas eram inversamente ou diretamente proporcionais, confundindo-se na hora de realizar o cálculo. Porém, ao fazermos a correção dos exercícios, explicamos novamente sobre as grandezas, sanando todas as dúvidas pendentes. Mais uma vez os alunos se mostraram participativos, indo ao quadro resolver os exercícios, explicando a forma de resolução.

Após serem corrigidos os exercícios, introduzimos o conceito de proporcionalidade composta, por meio de um problema introdutório. Questionamos a turma sobre o modo como cada um chegou ao resultado, novamente as resoluções foram diferentes. Pedimos então para que os alunos apresentassem como o resolveram. Em seguida, corrigimos formalmente o exercício, para o qual apresentamos duas formas de resoluções, uma com proporcionalidade simples, e a outra, com proporcionalidade composta. Aproveitando para introduzir o conceito de proporcionalidade composta.

Posteriormente, abordamos um exemplo que resolvemos de dois modos, o primeiro deles aritmeticamente, e depois algebricamente. Então distribuímos exercícios para fixação, os quais seriam corrigidos em sala. Os alunos se mostraram interessados nos exercícios, sempre dispostos a compartilhar e discutir com seus colegas as estratégias de resolução que adotavam. À medida que iam surgindo dúvidas, íamos individualmente esclarecer.

A correção dos exercícios ficou para o início da próxima aula, devido à falta de tempo, acreditamos que não estipulamos bem a quantidade de tempo em cada atividade, isso pode ter gerado um atraso no que estava previsto. Sendo assim, não conseguimos fazer a correção dos exercícios que estava para o final da aula. Entretanto, iremos corrigi-los no começo da próxima aula, sanando todas as dúvidas restantes.

Por fim, entregamos a lista de exercícios para ser resolvida em casa e apresentamos o conteúdo que será trabalhado na próxima aula, agradecendo a presença de todos.

2.3.3 Plano de aula do dia 12/05/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Definir polinômios, identificar sua importância e aplicar suas propriedades em resoluções de exercícios.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com polinômios, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Reconhecer polinômio e identificar seu grau;
- Operar com polinômios
- Reconhecer expressões algébricas equivalentes e produtos notáveis

Conteúdo:

Polinômios

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, atividade impressa, bingômio, marcador, régua, projetor, computador.

Encaminhamento metodológico:

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Atividade 1 (20 minutos)

Um fazendeiro construiu um galinheiro de forma retangular. Ele utilizou 100 m de tela e uma parede que já existia:

(a) Dê o polinômio que expressa a área do galinheiro.

(b) O fazendeiro precisou escolher para **x** uma das seguintes medidas: 20 m, 25 m ou 30 m. Qual delas foi escolhida se ele pretendia obter a maior área?

Posteriormente, exploraremos a ideia de polinômios, apresentando definições sobre o tema, seguidas de exemplos e exercícios.

Atividade 2 (20 minutos)

Definição:

i. Os polinômios são expressões algébricas formadas pela adição algébrica de monômios, sendo cada monômio um termo do polinômio.

ii. Dependendo do número de termos, um polinômio recebe um nome particular, os polinômios que possuem um termo são chamados monômios, os que possuem dois termos, binômios, e os que possuem três termos, trinômios. As expressões algébricas que possuem mais de três não recebem nomes particulares.

iii. O grau do polinômio de coeficientes não nulos escrito na forma reduzida corresponde ao maior expoente do polinômio.

Exemplo:

1) A expressão $2x^3 + x^2 - 7x + 9$ é um polinômio de grau 3 em que:

(a) 2, 1, -7 são seus coeficientes;

(b) x é sua variável;

(c) $2x^3$, x^2, $7x$ e 9 são seus termos ou seus monômios;

(d) 9 é seu termo independente;

(e) 2 é seu termo dominante.

Atividade 3 (20 minutos)

- Adição e Subtração

Para adicionarmos ou subtrairmos dois ou mais polinômios, adicionamos (subtraímos) os monômios semelhantes (de mesmo grau) de cada um destes polinômios. O grau do polinômio resultante será o maior grau entre os polinômios operados.

Exemplo:

$$\left(x^3 - 4x^2 - 5x + 10\right) + \left(5x^3 + 10x^2 + 7x + 5\right) = \left(6x^3 + 6x^2 + 2x + 15\right)$$

$$\left(-5x^3 + 4x^2 - 7x + 9\right) - \left(2x^3 + 4x^2\right) = \left(-7x^3 - 7x + 9\right)$$

Exercícios:

Calcule:

1. $(7x^5+3x^3-3x^2+x-2)+(3x^4-x^3+2x^2+4x+3)$
2. $(-3x^5+x^3+2x^2-4x+2)-(5x^4+3x^3-x^2+2x+7)$

Atividade 4 (20 minutos)

- Multiplicação

Para multiplicarmos dois polinômios, aplicaremos a propriedade distributiva, ou seja, multiplicaremos todos os termos de um polinômio pelos termos do outro.

Se f e g são dois polinômios não nulos, então o grau de $f \cdot g$ é igual à soma dos graus de f e g.

Exemplo:

$$(5x^2-3x+6)\cdot(2x-4)=10x^3-20x^2-6x^2+12x+12x-24=10x^3-26x^2+24x-24$$

Exercício:

Defina o grau do polinômio e faça a multiplicação entre os polinômios:

1. $(3x^2+x-1)\cdot(x+2)$
2. $(x^3-x+3)\cdot(x^2-2)$

Atividade 5 (30 minutos)

- Divisão

<u>*Definição:*</u>

Dados dois polinômios f (dividendo) e $g \neq 0$ (divisor), dividir f por g é determinar dois outros polinômios q (quociente) e r (resto) de modo que se verifique as duas seguintes condições:

i) $q \cdot g + r = f$

ii) grau de $r <$ grau de g

Após definirmos mostraremos com um exemplo o método da divisão por chave.

Exemplo:

Determine o quociente e o resto da divisão do polinômio P pelo polinômio M.

$$P(x) = x^3 - 3x^2 - x + 6 \text{ e } M(x) = x - 2$$

- Raiz do polinômio

Definição:

Raiz de um polinômio é um valor que a variável assume de modo que o valor numérico do polinômio seja igual a 0, ou seja $p(x) = 0$.

Exemplo:

O número 2 é a raiz do polinômio $P(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 6$

$P(2) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2 + 6 = 0$

Atividade 6 (20 minutos)

1. (PUC-CAMP) Se os graus dos polinômios F, G e H são, respectivamente, 4, 3 e 2, então qual o grau dos polinômio resultantes nas seguintes expressões:

a) $F \cdot G$

b) $F + H$

c) $G - H$

d) $3 \cdot F$

e) G^2

2. Considerando que $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 3x - 2k$, para que valor de k temos $P(2) = 4$?
3. (UESP) Se o polinômio $P(x) = x^3 + mx^2 - 1$ é divisível por $x^2 + x - 1$ então m é quanto?

Atividade 7 (20 minutos)

1. Neste momento iremos propor uma atividade prática, que se desenvolverá da seguinte forma:

- Os alunos irão medir o tamanho de seus pés utilizando uma régua;

- Por meio da fórmula, $P(x) = \frac{5x + 28}{4}$, os alunos irão calcular o número do seu calçado.

Atividade 8 (30 minutos)

Expressões algébricas equivalentes

Expressões algébricas são equivalentes em relação a algum conjunto numérico de referência se apresentam o mesmo valor numérico, quando atribuímos valores quaisquer do conjunto às variáveis.

Exemplo:

As expressões $A = x^2 - 9$ e $B = (x - 3) \cdot (x + 3)$

São equivalentes, pois para qualquer valor real atribuído à variável x, obtemos o mesmo valor numérico.

Se x = 5, por exemplo, obtemos:

$A = 5^2 - 9 = 25 - 9 = 16$

$B = (5 - 3) \cdot (5 + 3) = 2 \cdot 8 = 16$

Assim, podemos igualar as expressões A e B:

$$(x - 3) \cdot (x + 3) = x^2 - 9$$

Dizemos que essa é uma identidade.

As expressões

$A = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$

e $B = x + 1$são equivalentes em

$$\Re - \{1\}$$

Produtos notáveis

Alguns produtos de expressões algébricas aparecem frequentemente na resolução de problemas. Por essa razão são chamados de produtos notáveis.

Exemplos

- O produto da soma pela diferença de dois números quaisquer é um produto notável.

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-ab+ab-b^2=a^2-b^2$$

- O quadrado da soma de dois números quaisquer é um produto notável.

$$(a+b)^2=(a+b)\cdot(a+b)=a^2+ab+ba+b^2=a^2+2ab+b^2$$

- O quadrado da diferença de dois números quaisquer também é um produto notável.

$$(a-b)^2=(a-b)\cdot(a-b)=a^2-ab-ba+b^2=a^2-2ab+b^2$$

Exercícios:

1. Efetue usando produtos notáveis

a) $(100+1)^2$

b) $(y+3)^2$

c) $(a-3)^2$

d) $(x-5)\cdot(x-5)$

e) $(x+5)\cdot(x-5)$

Atividade 9 (40 minutos)

Bingômio

Neste momento iremos trabalhar as operações e propriedades de polinômios por meio de uma adaptação do tradicional jogo de bingo, serão sorteadas fichas contendo operações entre polinômios das quais os alunos deverão calcular o resultado e marcar em suas cartelas o resultado obtido, cada dupla receberá uma cartela que contém polinômios que são respostas das operações polinomiais sorteadas em fichas, o grupo que completar toda a cartela primeiro será campeão da atividade.

Avaliação:

A avaliação se desenvolverá no decorrer da aula por meio da observação, registro do desenvolvimento dos conceitos aprendidos pelos alunos em suas resoluções, participação e interesse dos alunos durante à aula e na resolução e correções dos exercícios.

Referências:

BONGIOVANI, Vincenzo; LEITE, Olímpio Rudinin Vissoto; LAUREANO, José Luiz Tavares. **Matemática e vida**. 7ª série. São Paulo: Ática, 2004.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilce de. **Matemática:** ciência e aplicações. 3º ano. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

EDITORA MODERNA. (Org.) LEONARDO, Fabio Martins de (ed. responsável). **Conexões com a matemática**. Vol. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 3º ano. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

Lista de exercícios – 3º Encontro

1. (IFSC 2011) Dada a função polinomial $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$, qual o valor de $f(-3) + f(0) + f(f(-1))$?
2. Considere dois números quaisquer, representados pelas letras **a** e **b**. Dê uma expressão algébrica que indique:

a) A soma dos quadrados de **a** e **b**

b) O quadrado da soma de **a** e **b**

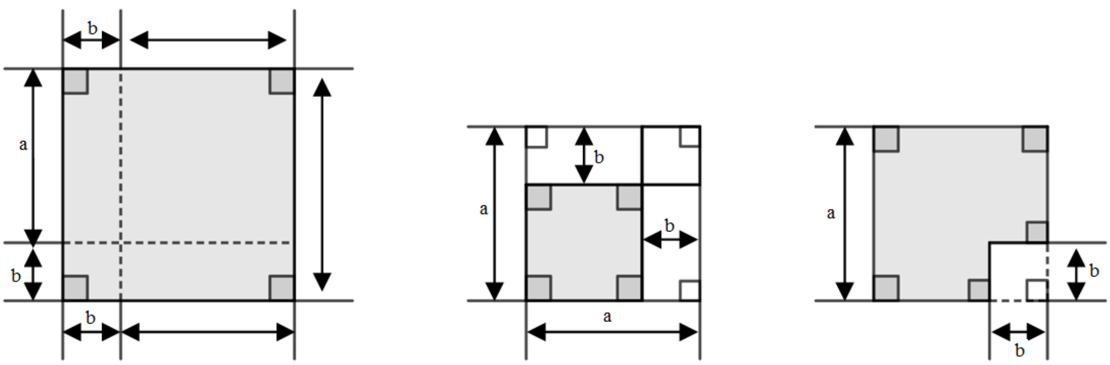
c) O quadrado de **a** menos o quadrado de **b**

d) O quadrado da diferença **a** – **b**

e) O quadrado de **b** menos o quadrado de **a**

f) O quadrado da diferença **b** - **a**

3. Indique a área das figuras sombreadas através de duas expressões algébricas equivalentes:



4. Uma arvore de 9m está fincada verticalmente sobre um terreno horizontal. Com a força do vento, ela se quebra de tal forma que sua extremidade vem tocar a terra a 3m do seu pé. Calcule a quantos metros do pé a árvore se quebrou.

5. A área de um retângulo é de 48 cm², seus lados são $x+1$ e $x-1$. Descubra o valor de x em centímetros.
6. Determine o grau de cada polinômio:
   a) $3x^4 - 6x^2 + 5x - 1$
   b) $2x - x^3$
   c) $x^7 + x^2 + 1$
   d) $(3x^2 + 10x)^7$
   e) $(4x-1)\cdot(x^2 - x - 3)$
   f) −3
   g) x
   h) $x\,.\,x^2.\,x^3 \ldots x^{15}$
7. (Fuvest) Dividindo-se o polinômio $p(x)$ por $2x^2 - 3x + 1$, obtém-se quociente $3x^2 + 1$ e resto $-x+2$. Nessas condições, qual é o resto da divisão de $p(x)$ por $x-1$?
8. Considerando os polinômios, $F(x) = 7 - 2x + 4x^2$, $G(x) = 5 + x + x^2 + 5x^3$ e $H(x) = 2 - 3x + x^4$, calcular $(F+G)(x)$, $(G-H)(x)$ e $(H-F)(x)$.
9. Considerando os polinômios $P(x) = 2 + 3x - 4x^2$, $M(x) = 7 + x^2$ e $N(x) = 2x - 3x^2 + x^3$, calcular $(PM)(x)$, $(MN)(x)$ e $(NP)(x)$.
10. Nos itens abaixo, determine o quociente e o resto da divisão do polinômio P pelo polinômio M.
    a) $P(x) = 3x^5 - x^4 + 2x^3 + 4x - 3$ e $M(x) = x^3 - 2x + 1$;
    b) $P(x) = x^4 - 2x + 13$ e $M(x) = x^2 + x + 1$;
    c) $P(x) = x^2 + 1$ e $M(x) = x^3 - x^2 + 2$;
    d) $P(y) = 2y^5 - 3y + 12$ e $M(y) = y^2 + 1$;
11. (PUC) Calcule os valores das constantes reais a e b para que $\frac{1}{x^2 - 5x + 6} = \frac{a}{x-2} + \frac{b}{x-3}$, com $x \neq 2$ e $x \neq 3$. Quanto vale o produto ab?

2.3.3.1 RELATÓRIO

Relatório do dia 12/05/2018.

No dia 12 de maio de 2018, sábado, tivemos o terceiro encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 44 alunos. Iniciamos a aula retomando as atividades entregues no encontro anterior, resolvendo-as no quadro, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções. Nesse encontro, os alunos já estavam mais familiarizados com os colegas e, portanto, agiam com mais naturalidade e confiança, indo resolver exercícios no quadro ou apresentando as resoluções de forma oral. O conteúdo da aula anterior ajudou a propiciar essa confiança a eles, pois era um conteúdo que a maioria já conhecia e se sentia seguro em resolver os exercícios.

Posteriormente, abordamos um problema introdutório sobre polinômios, no qual diversos alunos tiveram dificuldades para expressar o polinômio correspondente a área pedida. Solicitamos aos alunos que discutissem a forma como resolveram, para perceberem as diferentes possibilidades de resolução. Em seguida, exploramos a definição formal de polinômios, apresentando um exemplo. Neste exemplo, explicamos quais são os coeficientes, a variável, o termo independente e o termo dominante. Então, explanamos as operações básicas envolvendo os polinômios, com as definições, exemplos e exercícios, que foram resolvidos no quadro para sanar quaisquer possíveis dúvidas. Em seguida, abordamos a definição de raiz de um polinômio, exemplificando para facilitar a compreensão.

Neste momento, propusemos uma atividade prática, na qual os alunos deveriam medir o tamanho do seu pé, e utilizar a expressão de um polinômio para calcular a numeração do calçado que eles usam. Observamos que os alunos manifestaram grande interesse pela atividade, todos se empenharam para encontrar o resultado final.

Após, introduzimos o conceito de expressões equivalentes, exemplificando e apresentando a definição formal. Logo depois, explicamos sobre as expressões algébricas denotadas “produtos notáveis”, utilizamos a forma generalizada e por meio da aplicação da propriedade distributiva; em seguida, colocamos alguns exemplos para sanar todas as possíveis dúvidas.

Posteriormente, realizamos um jogo (Bingômio), o qual é uma adaptação do tradicional jogo de bingo. Cada dupla recebeu uma cartela com 16 polinômios, então, nós íamos sorteando cartas, nessas cartas constavam operações com polinômios. Os alunos deveriam resolver a operação da carta e marcar o resultado obtido em sua cartela, caso o tivessem. Percebemos um grande interesse e empenho dos alunos no decorrer do jogo, todos prestavam atenção na carta sorteada e tentavam resolver a operação. Consideramos como ganhadores aqueles que conseguiram marcar uma linha, coluna ou diagonal completa. Os ganhadores receberam um bombom como prêmio. A atividade foi muito proveitosa, propiciando uma maior compreensão das operações com polinômios, e também a participação de todos os alunos.

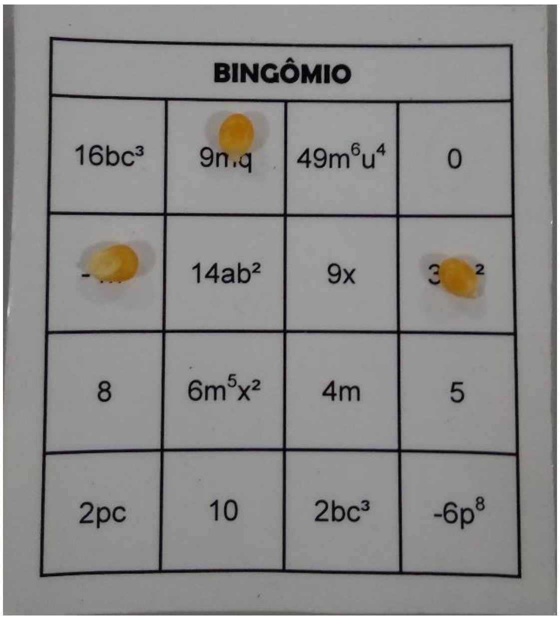


Figura 1: Bingômio.

Fonte: Acervo dos autores.

Conseguimos passar todo o conteúdo que estava previsto em nosso plano de aula. Ao longo da aula percebemos que os alunos tiveram muitas dificuldades de interpretação, de entender o que a questão estava pedindo. Eles apresentaram poucas dificuldades em realizar as operações com polinômios, apenas na multiplicação e divisão, mas no decorrer da aula conseguimos sanar todas as dúvidas.

Por fim, entregamos a lista de exercícios, visando a fixação do conteúdo abordado para ser resolvida em casa e, apresentamos o conteúdo que será trabalhado na próxima aula, agradecendo a presença de todos.

2.3.4 Plano de aula do dia 19/05/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Compreender equações, utilizar as propriedades e métodos de resolução, inclusive em situações problemas.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com equações, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Montar e diferenciar sentenças matemáticas;
- Identificar equações;
- Encontrar as raízes de equações de primeiro grau e segundo grau;
- Resolver situações problemas;
- Solucionar sistemas de equações pelos métodos: substituição, adição e gráfico.

Conteúdo:

Equações

Recursos Didáticos:

Quadro, lápis, giz, atividade impressa, computador, projetor, Geogebra, tabuleiro de Trilha, marcadores, fichas com equações, dados.

Encaminhamento metodológico:

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Posteriormente, será introduzido o novo conteúdo através de um problema inicial, e em seguida com a definição e exemplo.

Atividade 1 (30 minutos)

Tiago tinha algumas balas em sua mão, e iria dar todas essas balas para quem acertasse quantas havia em sua mão. A soma do triplo dessa quantidade com 5 é igual a 11. Monte a sentença matemática.

Após as tentativas de resolução, iremos explicar a forma como montar a sentença:

1º. Escolha uma letra para representar o número desconhecido (incógnita).

2º. Monte uma sentença matemática que seja a tradução simbólica do problema em estudo.

Chamando de x o número procurado, o problema proposto pode ser traduzido para a seguinte sentença:

$$3x + 5 = 11$$

A sentença $3x + 5 = 11$ expressa igualdade e contém uma letra que representa um número desconhecido (incógnita). Sentenças assim são chamadas de *equações.*

Definição:

Equação é uma sentença matemática que contém uma ou mais incógnitas e é expressa por uma igualdade.

Toda equação é composta de uma expressão colocada à esquerda do sinal $=$ e de outra, à direita do sinal $=$. Essas expressões são os *membros* da equação.

$$\underbrace{3x + 5}_{1^\circ \text{ membro}} \quad = \quad \underbrace{11}_{2^\circ \text{ membro}}$$

Raiz de uma equação

Na equação $3x + 5 = 11$, vamos substituir x por alguns números:

- Para $x = 0$, temos $3 \cdot 0 + 5 = 11$(falso)
- Para $x = 1$, temos $3 \cdot 1 + 5 = 11$ (falso)
- Para $x = 2$, temos $3 \cdot 2 + 5 = 11$ (verdadeiro)

Desta forma, o número 2, colocado no lugar da incógnita x, transforma a equação numa sentença numérica verdadeira: $3 \cdot 2 + 5 = 11$. Portanto, 2 é a raiz da equação.

Definição:

Um número é *raiz* de uma equação quando, colocado no lugar da incógnita, transforma a equação em uma sentença verdadeira. O *conjunto solução* de uma equação polinomial é o conjunto de todas de todas as raízes dessa equação.

Exemplos:

- 8 é raiz da equação $x+1=9$, porque $8+1=9$ é verdadeiro.
- -4 é raiz da equação $3-2x=11$, porque $3-2(-4)=11$ é verdadeiro.

Exercícios:

1. Verifique se o número 2 é raiz da equação:

$$\frac{2x-1}{2}+\frac{3x+1}{3}=\frac{5x-3}{6}$$

2. O número 0 é raiz da equação $5(2x-1)+7(2+3x)=-3(x-3)$?

Após a correção dos exercícios, iremos passar as formas para encontrar a raiz de uma equação, de modo a resolvê-la ao invés de substituir valores.

Atividade 2 (40 minutos)

Desfazendo a subtração

- Subtrair 132 de um número, obtemos 44. Que número é esse?

$$x-132=44$$

Para “desfazer” a subtração realizada com x, somamos 132 aos dois membros da equação:

$$x-132+132=44+132$$

$$x-0=44+132$$

$$x=176$$

O número é 176.

Conferindo: $176-132=44$ (verdadeiro).

Desfazendo adição

- Como podemos encontrar a raiz da equação $x+5=0$?

Nesse caso, para “desfazer” a adição realizada com x, subtraímos 5 (ou somamos –5) aos dois membros:

$$x+5-5=0-5$$

$$x+0=-5$$

$$x=-5$$

Desfazendo divisão

- Que número podemos dividir por 45 para obter o quociente 8?

Sendo x o número pedido, temos:

$$\frac{x}{45} = 8$$

Para "desfazer" a divisão realizada com x, multiplicamos os dois membros da equação por 45:

$$\frac{x}{45} \cdot 45 = 8 \cdot 45$$

$$x \cdot 1 = 8 \cdot 45$$

$$x = 360$$

O número é 360.

Conferindo:

$$\frac{360}{45} = 8 \text{ (verdadeiro).}$$

Desfazendo multiplicação

- Como resolver a equação $7 \cdot x = 49$?

Nesse caso, para "desfazer" a multiplicação realizada com x, devemos dividir os dois membros por 7.

$$\frac{7x}{7} = \frac{49}{7}$$

$$1 \cdot x = \frac{49}{7}$$

$$x = 7$$

A raiz é 7.

Conferindo:

$$7 \cdot 7 = 49 \text{ (verdadeiro).}$$

Observação: Resolver uma equação significa encontrar sua raiz (ou raízes).

Você pode sempre conferir se resolveu a equação corretamente.

É só verificar se sua resposta é raiz da equação dada.

Exercícios:

1. Resolva a equação $3x - 1 = 14$.
2. O quádruplo do número de figurinhas de André é igual à metade do número de figurinhas que ele possui mais 14. Quantas figurinhas tem André?

Atividade 3 (30 minutos)

Em uma pastelaria, dois irmãos foram comer pastéis de carne e tomar suco de laranja. Um dos irmãos, mais guloso, comeu três pastéis e bebeu dois copos de suco de laranja, gastando um total de R$ 8,50. O outro comeu dois pastéis e bebeu um copo de suco de laranja, gastando um total de R$ 5,00. Calcule o preço unitário do pastel e do copo de suco de laranja.

Posteriormente, vamos discutir os resultados obtidos e iremos apresentar três formas de resolução do exercício, pelos métodos: substituição, adição e gráfico (usaremos como ferramenta o aplicativo Geogebra).

Definição:

Um sistema de equações é uma conjunção de duas ou mais equações com duas ou mais incógnitas. As soluções de um sistema de equações são os valores das incógnitas que satisfazem, em simultâneo, todas as equações do sistema.

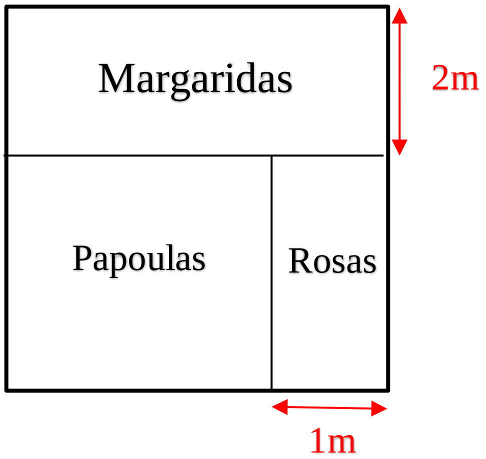
Solução de um sistema de equações:

Uma terna é solução de um sistema de equações se ela é solução de todas as equações lineares desse sistema, ou seja, torna todas as sentenças verdadeiras.

Atividade 4 (50 minutos)

1. Em um terreno quadrado foi construída uma casa que ocupa a área de um retângulo de medidas 8m por 10m. Na planta, a medida do lado do terreno está ilegível, mas sabe-se que a área livre ($A_{terreno} - A_{casa}$) é 320m^2. Quanto mede o lado do terreno?
2. Pensei em um número. Elevei-o ao quadrado e o somei ao próprio número. Obtive o triplo do número inicial. Em que número eu pensei?

3. Um jardim, com a forma de um quadrado, foi dividido em três canteiros. Nesses canteiros serão plantadas margaridas, papoulas e rosas, conforme ilustrado abaixo. O canteiro de papoulas ocupa uma área de 42m². Qual a medida do lado do jardim?



Iremos deixar os alunos tentarem resolver esses exercícios, após vamos ouvir as resoluções e vamos explicar que os dois primeiros exercícios são equações do 2° grau incompletas. Já o exercício 3 trata-se de uma equação do 2º grau completa, nesse caso iremos mostrar a resolução utilizando a fórmula resolutiva para equações do 2º grau (Bháskara). Posteriormente iremos definir o que é uma equação do 2º grau e a fórmula resolutiva.

Equação de 2º grau

Toda equação representada na forma $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$ é uma equação de 2º grau.

As equações podem ser resolvidas através da fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Ou ainda:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Nestas representações **a** e **b** são os coeficientes dos termos e **c** é o termo independente.

Calculando o Δ podemos saber quantas raízes reais a equação tem.

- Se $\Delta > 0$ a equação tem 2 raízes reais distintas;
- Se $\Delta = 0$ a equação tem 2 raízes reais iguais;
- Se $\Delta < 0$ a equação não tem raízes reais;

"Completando quadrado" e "Soma e Produto":

Neste momento iremos explorar mais duas formas de encontrar uma solução para uma equação do segundo grau. Por meio de um exemplo vamos explicar a forma de resolver utilizando "completamento de quadrado" e pela "soma e produto".

Seja r_1 e r_2 as raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$. Pelo teorema da decomposição, sabemos que:

$$ax^2 + bx + c = a(x - r_1) \cdot (x - r_2)$$

Dividindo os dois membros por a, $a \neq 0$, vem:

$$x^2 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = (x^2 - xr_2 - xr_1 + r_1 \cdot r_2)$$

$$x^2 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = (x^2 - xr_2 - xr_1 + r_1 \cdot r_2)$$

Da igualdade de polinômios, segue que:

$$\begin{cases} r_1 + r_2 = -\dfrac{b}{a} \\ r_1 \cdot r_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$

As equações também podem ser resolvidas através da fórmula "completando quadrado":

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right) + \frac{c}{a} = 0$$

Atividade 5 (40 minutos)

<u>Trilha das equações:</u>

Objetivo: Atingir a chegada, resolvendo corretamente as equações das cartas.

Modo de jogar:

Cada participante escolhe a cor de seu peão e define-se a sequência dos jogadores. Na sua vez, o jogador deve comprar uma carta. Cada carta contém uma equação e deve ser encontrada as suas raízes num tempo de um minuto, caso contrário perderá a vez.

Caso responda corretamente quais são as raízes da equação, o jogador deve jogar os dados. O número sorteado no dado colorido será multiplicado por dois e o número tirado no dado branco será diminuído do total, e assim, o número obtido será o número de casas que o jogador deverá avançar. Se o número obtido for positivo, o jogador avança e se for negativo, retrocede.

Ganha o jogo aquele que chegar primeiro na linha de chegada.

Atividade 6 (30 minutos)

Em seguida, os alunos irão resolver algumas atividades para melhor fixação do conteúdo, as mesmas serão resolvidas e discutidas em sala, com objetivo de sanar as dúvidas que ficaram pendentes.

1. (Fuvest) Um supermercado adquiriu detergentes nos aromas limão e coco. A compra foi entregue, embalada em 10 caixas, com 24 frascos em cada caixa. Sabendo-se que cada caixa continha 2 frascos de detergentes a mais do aroma limão do que no aroma coco, qual foi o número de frascos entregues, no aroma limão?

2. Considere a equação do 2º grau, em x, dada por $ax^2 + bx + c = 0$. Se as raízes dessa equação são $r_1 = -1$ e $r_2 = \frac{2}{5}$, então qual o produto $c \cdot b$?

3. (ENEM) Uma companhia de seguros levantou dados sobre os carros de determinada cidade e constatou que são roubados, em média, 150 carros por ano. O número de carros roubados da marca X é o dobro do número de carros roubados da marca Y, e as marcas X e Y juntas respondem por cerca de 60% dos carros roubados. Qual o número esperado de carros roubados da marca Y?

Avaliação:

A avaliação se desenvolverá no decorrer da aula por meio da observação, registro do desenvolvimento dos conceitos aprendidos pelos alunos em suas resoluções e por meio da resolução de exercícios em sala e em casa.

Referências:

BONGIOVANI, Vincenzo; LEITE, Olímpio Rudinin Vissoto; LAUREANO, José Luiz Tavares. **Matemática e vida**. 7ª série. São Paulo: Ática, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 7º ano. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilze de. **Matemática:** ciência e aplicações. 3º ano. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. **Matemática e Realidade**. 6ª série. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 6ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 8ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de saber Matemática**. 8º ano. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

QUINTELLA, Ary. **Matemática**. São Paulo: Nacional, 1961.

TRILHA DAS EQUAÇÕES. Disponível em: <http://blogprofleila.blogspot.com.br/2012/10/jogo-trilha-das-equacoes.html>. Acesso em:15 maio 2018.

Lista de exercícios – 4º Encontro

1. (VUNESP) Amanda tem a quantia exata em reais para comprar 5 unidades de um produto nacional e mais 9 unidades de um produto importado. Sabendo que se ela comprar 3 unidades do produto nacional e mais 7 unidades do produto importado sobram R$ 180,00, então quanto gastará quem comprar apenas uma unidade de cada produto?

2. João gosta muito de animais de estimação e de charadas. Certo dia um amigo perguntou-lhe quantos cachorros e quantos gatos ele tinha. Prontamente

João respondeu com o seguinte enigma: “A soma do dobro do número de cachorros e do triplo do número de gatos é igual a 17. E a diferença entre o número de cachorros e de gatos é apenas 1”. Será que você consegue desvendar esse enigma e descobrir quantos cachorros e quantos gatos João possui?

3. O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado. Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, qual deve ser a distância alcançada no primeiro salto?

4. (ENEM 2009) Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R$ 7,00. De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

5. (PUC) Um professor propôs a seus alunos a resolução de certa equação de 2º grau. Um dos alunos copiou errado apenas o coeficiente de 1º grau e encontrou as raízes 1 e -3; o outro copiou errado apena o termo constante, encontrando as raízes -2 e 4. Qual a soma dos quadrados das raízes da equação proposta por aquele professor? (Dica: considere a equação que o professor propôs na forma $ax^2 + bx + c = 0$ e encontre os valores de b e c)

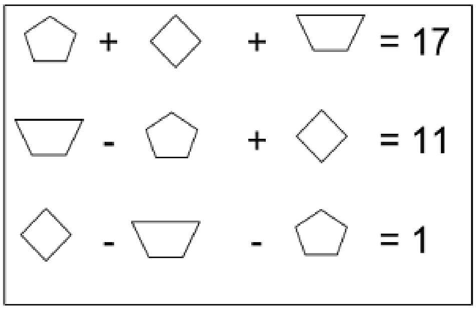
6. (PUC-SP) Sabe-se que na compra de uma caixa de lenços, dois bonés e três camisetas gasta-se um total de R$ 127,00. Se três caixas de lenços, quatro bonés e cinco camisetas, dos mesmos tipos que os primeiros, custam juntos R$ 241,00, qual a quantia a ser desembolsada na compra de apenas três unidades desses artigos, sendo um de cada tipo?

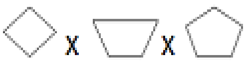
7. A temperatura T de um forno (em graus centígrados) é reduzida por um sistema a partir do instante de seu desligamento (t = 0) e varia de acordo com a expressão

$$T(t) = \frac{t^2}{4} + 400$$

com t em minutos. Por motivos de segurança, a trava do forno só é liberada para abertura quando o forno atinge a temperatura de 39 ºC. Qual o tempo mínimo de espera, em minutos, após se desligar o forno, para que a porta possa ser aberta?

8. (Desafio) Observe os cálculos a seguir, em que cada figura representa um mesmo número.



Identificando os valores das figuras, qual o resultado da operação  ?

2.3.4.1 RELATÓRIO

Relatório de aula PROMAT 19/05/2018.

No dia 19 de maio de 2018, sábado, realizamos o quarto encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 30 alunos. Iniciamos a aula retomando as atividades entregues no encontro anterior, relacionadas a polinômios; resolvemos as questões nas quais encontraram mais dificuldades no quadro, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções. Os alunos se mostraram prestativos, indo resolver as atividades no quadro, expondo suas formas de resoluções, interagindo e ajudando os colegas de grupo e apresentaram confiança para nos chamar para explicações especificas de conceitos/resoluções que não ficaram claros.

Em seguida, iniciamos o conteúdo do encontro com um problema introdutório de equação do primeiro grau, no qual poucos estudantes encontraram dificuldades. Solicitamos que expusessem suas resoluções e caminhos utilizados. Utilizando esse exercício como exemplo apresentamos a definição de equação, explicamos sobre igualdade, incógnita, 1º e 2º membro, raiz e conjunto solução. A partir disso eles deveriam solucionar os exercícios 2 e 3 da lista, nos quais deveriam verificar se o número dado era ou não raiz da equação, enquanto isso circulávamos entre os grupos esclarecendo dúvidas, observando dificuldades e buscando ajudá-los a superá-las. Neste momento pudemos observar a cooperação e troca de informações nos grupos. Nenhum dos estudantes aceitou solucionar no quadro, mas falavam da carteira e nós escrevíamos a resolução deles.

Iniciamos a segunda atividade por meio da qual explicamos sobre desfazer a subtração, adição, divisão e multiplicação e sobre tirar a prova real. Neste momento solicitamos que realizassem os exercícios 3 e 4, em que o 3 era somente resolver uma equação fornecida e o 4 deveriam montar e resolver uma equação correspondente ao problema, enquanto íamos nos grupos sanar as dúvidas existentes. Corrigimos coletivamente com a constante exposição dos métodos utilizados por eles nas soluções.

Posteriormente, utilizamos um exemplo para explicar sistema de equações e os métodos de substituição e adição. Explanamos a definição de sistema de equações e a respeito da solução de um sistema de equações. Após isso solicitamos a resolução dos exercícios 5, 6 e 7, que consistem na resolução de situações problemas que envolviam equações do segundo grau. Neste momento fizemos a chamada e esclarecemos dúvidas individualmente. Expusemos a resolução no quadro com a participação dos estudantes, e explicamos a fórmula resolutiva para equações do segundo grau (Bháskara).

A última atividade do encontro foi a realização de um jogo, trilha das equações, nele o jogador deve comprar uma carta que contém uma equação e deve encontrar as suas raízes. O número sorteado no dado colorido será multiplicado por dois e o número tirado no dado branco será diminuído do total, e assim, o número obtido será o número de casas que o jogador deverá avançar.

Figura 2: Tabuleiro do jogo Trilha das equações.

Fonte: Acervo dos autores.

Todos os integrantes do grupo resolveram as equações sorteadas em um formulário, o qual foi entregue a nós no final da aula para analisarmos se ocorreu a apropriação do conhecimento e se conseguimos obter clareza em nossas explicações para que isso ocorresse.

No caso da resolução abaixo, veja Figura 1, na 1ª equação o estudante multiplicou por -1 mas só um lado da igualdade, o que pode ser uma simples desatenção mas também pode representar a incompreensão de como deveria operar para manter a igualdade. Nas equações 2 e 3 operou corretamente utilizando o método que compreendeu melhor, no caso da 3 o método da substituição. Na 4ª equação calculou incorretamente o ∆(delta) mas usou corretamente a fórmula resolutiva para equação do segundo grau, ou seja, não obteve clareza de que o ∆ calculado separadamente é o valor obtido “dentro” da raiz na fórmula resolutiva. As equações 5 e 6 foram solucionadas corretamente sem apresentar dificuldades.

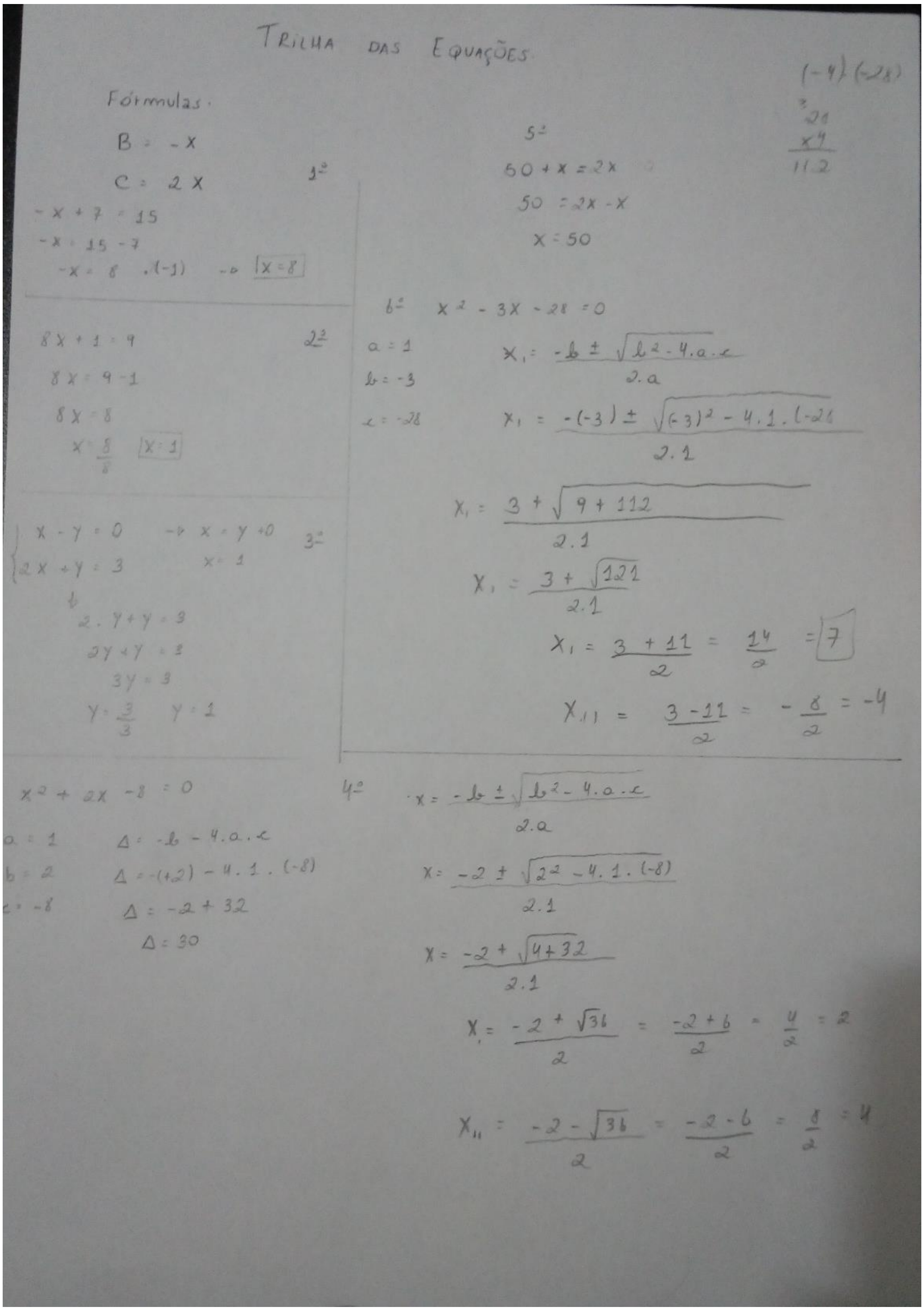


Figura 3: Resolução das equações propostas no jogo.

Fonte: Acervo dos autores.

Por fim, entregamos a lista de exercícios, visando a fixação do conteúdo abordado para ser resolvida em casa e, apresentamos o conteúdo conjuntos numéricos e introdução às funções que será trabalhado na próxima aula, agradecendo a presença de todos.

Neste encontro o plano não foi totalmente cumprido, pois algumas atividades levaram mais tempo que o esperado, principalmente a correção dos exercícios deixados para serem resolvidos em casa no encontro passado, houve vários exercícios que eles não conseguiram realizar e não obtiveram clareza da aplicação de alguns conceitos em situações específicas. Não explicamos sobre a interpretação do valor de Δ, a resolução da equação do segundo grau por meio da soma e produto e pelo completamento do quadrado. Pretendemos explicá-los, reforçando esses conceitos, no encontro que abordará de função do segundo grau.

2.4 Módulo 2 – Conjuntos Numéricos e Funções

2.4.1 Plano de aula do dia 09/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Compreender conjuntos numéricos e conceitos básicos sobre funções, utilizar suas propriedades na resolução de exercícios e situações problema.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com Conjuntos numéricos e Introdução às Funções, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Solucionar problemas envolvendo conjuntos;
- Aplicar as operações com conjuntos, em suas diversas representações, corretamente;
- Determinar lei de formação de uma função por diversos métodos;
- Identificar domínio e imagem de uma função;
- Compreender a representação gráfica de uma função.

Conteúdo:

Conjuntos numéricos e Introdução às Funções

Recursos Didáticos:

Quadro, lápis, giz, material impresso, projetor, computador.

Encaminhamento metodológico:

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Posteriormente, será introduzido o novo conteúdo, a definição e exemplos.

Atividade 1 (30 min)

Conjuntos Numéricos

A história dos números está diretamente ligada à história do homem. Assim, a evolução dos conjuntos numéricos obedeceu à necessidade de representação da natureza e de solução de problemas com os quais o ser humano se deparou no decorrer de sua existência.

Assim, só é possível determinar o conjunto solução de uma equação se o conjunto universo estiver bem definido.

Conjunto dos números naturais

$\mathbb{N}$= {0,1, 2, 3, 4, ...}

Conjunto dos números inteiros

$\mathbb{Z}$= {...,-3,-2,-1,0,1,2,3,...}

Conjuntos dos números reais

Número real é todo número que pode ser escrito na forma decimal, com ou sem repetição periódica. Divide-se em racional e irracional, denota-se por $\mathbb{R}$.

Conjunto dos números racionais

São números da forma $\frac{n}{d}$ com n $\in \mathbb{Z}$ e d $\in \mathbb{Z}^*$, denotado por $\mathbb{Q}$

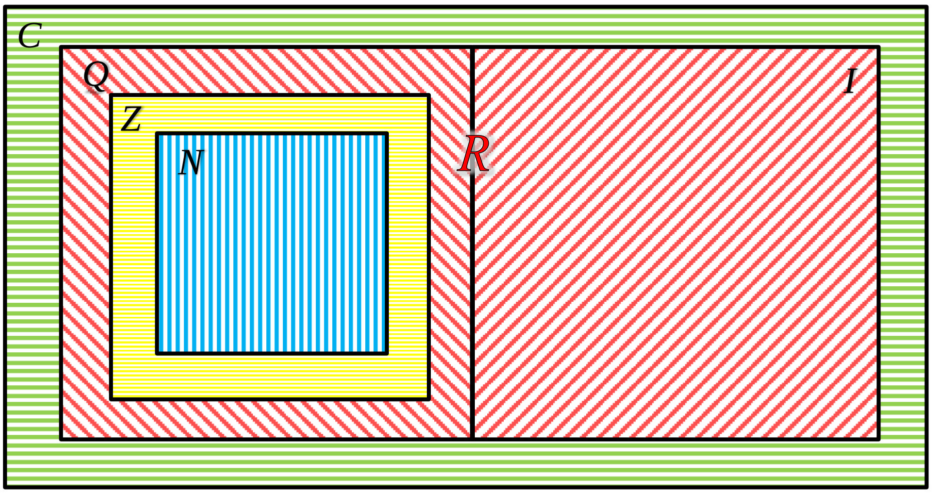
Conjunto dos números irracionais

São os números com infinitas casas decimais, sem repetições periódicas. O conjunto dos irracionais é representado por $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$, denotado por I.

Conjunto dos números complexos

São números da forma a + bi, sendo a e b reais e i = $\sqrt{-1}$. O conjunto dos complexos é representado por $\mathbb{C}$.

Diagrama de Venn para os conjuntos numéricos:



Subconjuntos

Dizemos que B é um subconjunto de A e escrevemos B $\subset$ A se, e somente se, todo elemento de B for também elemento de A.

1. Todo conjunto é subconjunto de si mesmo, isto é, A $\subset$ A
2. O conjunto vazio é subconjunto de qualquer outro conjunto, isto é $\emptyset \subset A$
3. O subconjunto dos naturais não nulos são todos os naturais, menos o zero, $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N}$.
4. O subconjunto dos inteiros não nulos são os números inteiros, menos o zero, $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$.
5. O subconjunto dos inteiros negativos incluindo o zero, $\mathbb{Z}_- \subset \mathbb{Z}$.
6. O subconjunto dos inteiros negativos e não nulos são os números inteiros do conjunto do $\mathbb{Z}_-$ excluindo o zero, $\mathbb{Z}_-^* \subset \mathbb{Z}$.
7. O subconjunto dos inteiros positivos incluindo o zero, $\mathbb{Z}_+ \subset \mathbb{Z}$.
8. O subconjunto dos inteiros positivos e não nulos são os números do conjunto $\mathbb{Z}_+$, excluindo o zero, $\mathbb{Z}_+^* \subset \mathbb{Z}$.
9. O subconjunto dos reais não nulos são os números reais, menos o zero, $\mathbb{R}^* \subset \mathbb{R}$.
10. O subconjunto dos reais negativos incluindo o zero, $\mathbb{R}_- \subset \mathbb{R}$.
11. O subconjunto dos reais negativos e não nulos são os números reais do conjunto do $\mathbb{R}_-$ excluindo o zero, $\mathbb{R}_-^* \subset \mathbb{R}$.
12. O subconjunto dos reais positivos incluindo o zero, $\mathbb{R}_+ \subset \mathbb{R}$.
13. O subconjunto dos reais positivos e não nulos são os números do conjunto $\mathbb{R}_+$, excluindo o zero, $\mathbb{R}_+^* \subset \mathbb{R}$.

Operações com conjuntos:

Sendo A e B conjuntos quaisquer, vamos definir algumas operações com A e B.

União de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, denominamos união desses conjuntos, e escreve-se A∪B, o conjunto constituído pelos elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B.

Interseção de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, denomina-se intersecção desses conjuntos e escreve-se A ∩ B, o conjunto constituído pelos elementos comuns aos dois conjuntos.

Diferença entre conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, denominamos diferença entre A e B (A – B) o conjunto formado pelos elementos de A que não pertencem a B.

Complementar de um conjunto

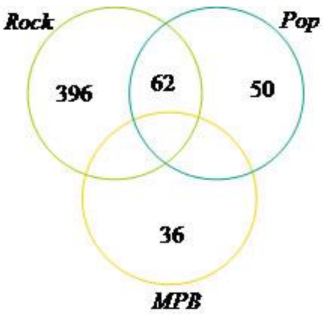
Se A ⊂ B, então definimos o complementar de B em relação a A como sendo (A – B).

Exemplo:

Em uma escola foi realizada uma pesquisa sobre o gosto musical dos alunos. Os resultados foram os seguintes:

- 458 alunos disseram que gostam de Rock
- 112 alunos optaram por Pop
- 36 alunos gostam de MPB
- 62 alunos gostam de Rock e Pop

Determine quantos alunos foram entrevistados.



Gostam somente de Rock = 396

Gostam somente de Pop = 50

Gostam de Rock e Pop = 62

Gostam de MPB = 36

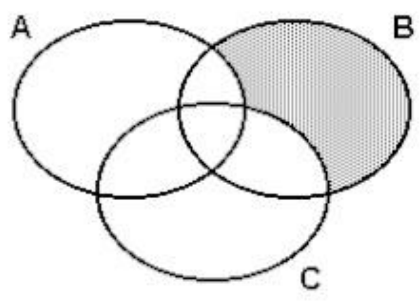
$396 + 50 + 62 + 36 = 544$

Através da distribuição dos dados no diagrama constatamos que o número de alunos entrevistados é igual a 544.

Atividade 2 (30 min)

Exercícios:

1. (UEL) Um grupo de estudantes resolveu fazer uma pesquisa sobre as preferências dos alunos quanto ao cardápio do Restaurante Universitário. Nove alunos optaram somente por carne de frango, 3 somente por peixes, 7 por carne bovina e frango, 9 por peixe e carne bovina e 4 pelos três tipos de carne. Considerando que 20 alunos manifestaram-se vegetarianos, 36 não optaram por carne bovina e 42 não optaram por peixe, qual o número de alunos entrevistados?
2. (UFSM-RS) Numa prova de vestibular, ao qual concorreram 20.000 candidatos, uma questão apresentava as afirmativas A, B e C, e cada candidato devia classificá-las em verdadeira (V) ou falsa (F). Ao analisar os resultados da prova, observou-se que 10.200 candidatos assinalaram V na afirmativa A; 6.100, na afirmativa B; 7.720, na afirmativa C. Observou-se ainda que 3.600 candidatos assinalaram V nas afirmativas A e B; 1.200, nas afirmativas B e C; 500, nas afirmativas A e C; 200, nas afirmativas A, B e C. Quantos candidatos consideram falsas as três afirmativas?
3. (UFPI) Considerando os conjuntos A, B e C na figura a seguir, qual é a representação da região hachurada?



Atividade 3 (45 min)

Introdução às funções

A noção de função surgiu com a necessidade que o homem tem de analisar e defender fenômenos e fatos do mundo. Na matemática, como em outras ciências, inúmeras vezes ele cria a procura relacionar as coisas entre si. Ao estudar, por exemplo, algum fenômeno da natureza, ele tenta estabelecer relações entre as grandezas envolvidas. Assim, surgiram os conceitos de par ordenado e produto cartesiano.

Sistema cartesiano ortogonal de coordenadas

Para localizar um ponto no plano, podemos fixar nesse plano um sistema cartesiano ortogonal de coordenadas, formado por dois eixos reais, x e y, perpendiculares entre si na origem.

Para determinar as coordenadas do ponto P da figura a seguir traçamos por P as perpendiculares aos eixos, obtendo, no eixo x, um número chamado abscissa do ponto P e, no eixo y um número chamado ordenada do ponto P.

Neste exemplo, as coordenadas do ponto P são 3 e 4. A abscissa é 3, e a ordenada é 4. Indicaremos esse fato por P(3,4).

A representação (3,4) é chamada de “par ordenado de abscissa 3 e ordenada 4”.

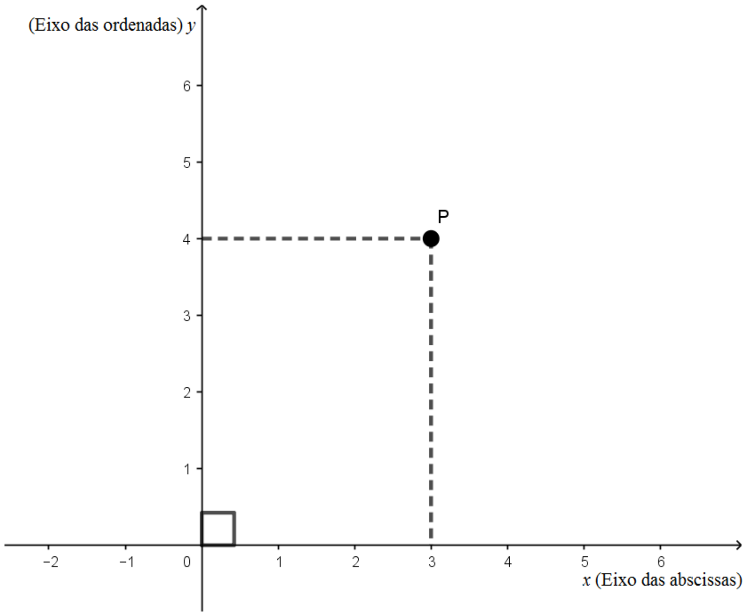


Figura 4: Representação do par ordenado (3,4).

Fonte: Acervo dos autores.

i. O par ordenado é formado por dois elementos, x e y, em que x é considerado o 1º elemento (abscissa) e o y o 2º elemento (ordenada).
ii. Dois pares de ordenadas de números reais são iguais se, e somente se, suas abscissas são iguais e suas ordenadas são iguais, isto é:

$(a,b)=(c,d)\leftrightarrow a=c$ e $b=d$

iii. Os eixos x e y, são chamados de eixos coordenados, separam o plano cartesiano em quatro regiões denominadas quadrantes, que devem ser enumeradas conforme a figura:

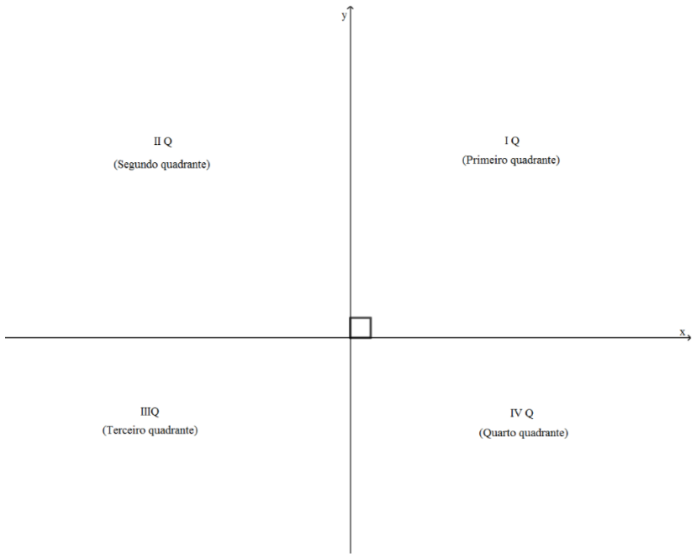


Figura 5: Representação plano cartesiano.

Fonte: Acervo dos autores.

Observe que:

$P(a,b)\in 1^{o}Q\leftrightarrow a>0$ e $b>0$

$P(a,b)\in 2^{o}Q\leftrightarrow a<0$ e $b>0$

$P(a,b)\in 3^{o}Q\leftrightarrow a<0$ e $b<0$

$P(a,b)\in 4^{o}Q\leftrightarrow a>0$ e $b<0$

iv. Os pontos dos eixos coordenados não pertencem a nenhum quadrante.

v. Todo ponto de abscissa nula pertence a eixo y, e todo ponto de ordenada nula pertence ao eixo x.

O conceito de função

Definimos **função** como a relação entre dois ou mais conjuntos, estabelecida por uma lei de formação, isto é, uma regra geral. Os elementos de um grupo devem ser relacionados com os elementos do outro grupo, através dessa lei.

Dados dois conjuntos A e B não vazios, uma *função f de A em B* é uma relação que associa a cada elemento $x \in A$, um único elemento $y \in B$. Assim, uma função liga um elemento do domínio (conjunto A de valores de entrada) com um segundo conjunto, o contradomínio (conjunto B de valores de saída) de tal forma que a cada elemento do domínio está associado exatamente a um, e somente um, elemento do contradomínio.

O conjunto dos elementos do contradomínio que são relacionados pela f a algum x do domínio é o conjunto imagem, denotado por Im(f). Dizemos que uma variável *y* é dada em função de uma variável *x* se, e somente se, a cada valor de *x* corresponde um único valor de *y*.

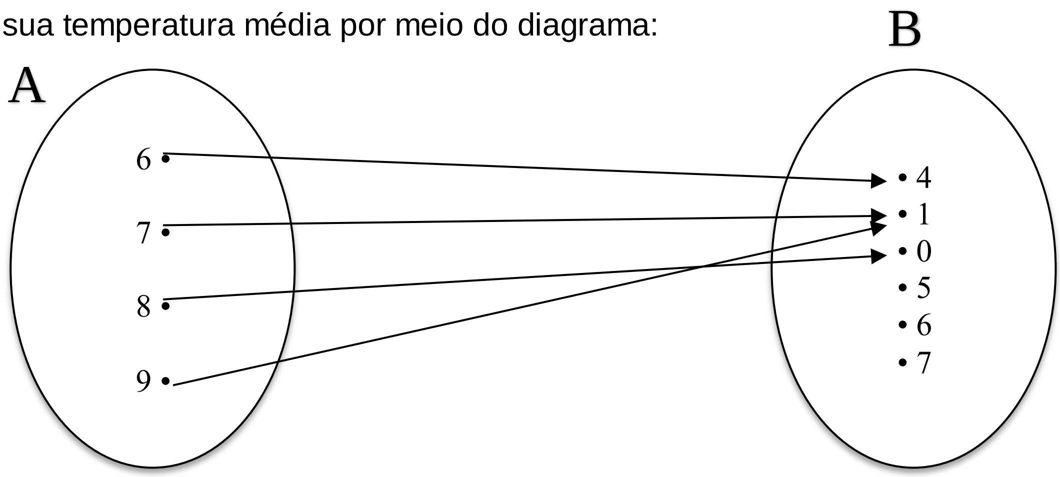
Dados dois conjuntos A e B não vazios, define-se como função f de A em B toda relação binária em que a cada elemento corresponde apenas um único elemento $y \in B$.

A condição que estabelece a correspondência entre os valores de *x* e *y* é chamada de lei de associação, ou simplesmente de lei entre *x* e *y*. Quando é possível, essa lei é expressa por uma equação.

i. Podemos abreviar a expressão "*y* é dada em função de *x*" por "y é função de *x*".
ii. No contexto das funções numéricas define-se variável como um representante genérico dos elementos de um conjunto de números. Usualmente indicamos uma variável por uma letra. Por exemplo, ao dizer que x é uma variável real, estamos afirmando que x simboliza um número real qualquer.

Formas de representação de uma função

Em cada dia de determinado mês, a temperatura média de uma região, em grau Celsius, assumiu um dos valores: 0, 1, 4, 5, 6 e 7. Considerando apenas os dias 6, 7, 8 e 9 desse mês, nos quais as temperaturas médias, em grau Celsius, foram 4, 1, 0 e 1, respectivamente, podemos representar essa associação de cada dia à sua temperatura média por meio do diagrama:



Observando que cada dia do conjunto A corresponde a somente uma temperatura do conjunto B, concluímos que essa correspondência é uma função *f* do conjunto A no conjunto B. Indicamos esse fato por *f*: A $\rightarrow$ B (lê-se: “*f* é uma função de A em B”)

Os conjuntos A e B são chamados, respectivamente, de domínio e contradomínio da função *f*, que indicaremos por D(*f*) e CD(*f*), respectivamente. O conjunto {4, 1, 0} é chamado conjunto imagem da função *f*, que indicaremos por Im(*f*).

Representação de f por tabela

Cada linha da tabela associa um dia à temperatura média registrada nesse dia.

Dia	Temperatura média
6	4°C
7	1°C
8	0°C
9	1°C

Representação de f por um gráfico cartesiano

Todos os pontos (x, y), com x$\in$A e y$\in$B, tais que x e y estão associados atraves de *f* constituem a representação gráfica de *f* no plano cartesiano. Representando a função da situação anterior no plano cartesiano, temos:

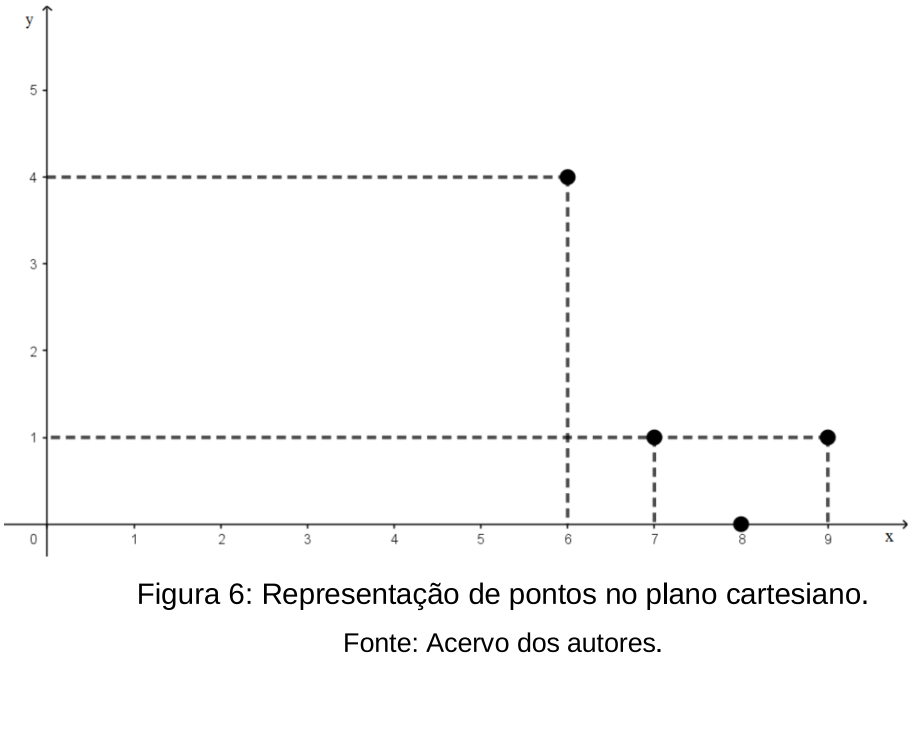


Figura 6: Representação de pontos no plano cartesiano.

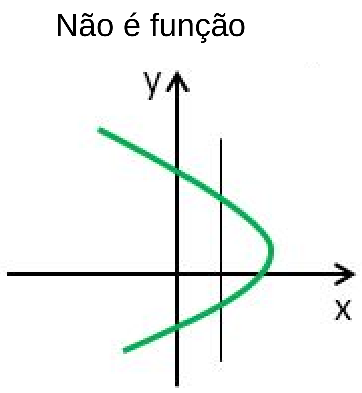
Fonte: Acervo dos autores.

É importante ressaltar que os elementos do domínio de *f* são abscissas dos pontos do gráfico e os conjuntos imagem são ordenadas.

Gráfico de uma função – Reconhecimento

Uma relação binária de R em R, representada em um gráfico, não é função se uma perpendicular ao eixo x cortar o gráfico em dois ou mais pontos, conforme modelo a seguir.

Assim sendo, cada elemento do conjunto x é levado a um único elemento do conjunto y. Essa ocorrência é determinada por uma lei de formação. Isso ocorre porque x é a variável independente e que y é a variável dependente. Isso porque, em toda função, para encontrar o valor de y, devemos ter inicialmente o valor de x.



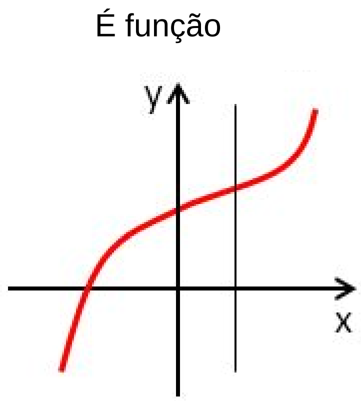


Figura 7: Representações gráficas.

Fonte: Acervo dos autores.

Representação de f por uma equação

Observando atentamente a relação entre cada dia x, com $x \in A$, e a temperatura correspondente y, com $y \in B$, constatamos que essa relação pode ser descrita pela equação:

$$y = (8 - x)^2$$

pois:

- Para $x = 6$, temos: $y = (8-6)^2 \rightarrow y = 4$;
- Para $x = 7$, temos: $y = (8-7)^2 \rightarrow y = 1$;
- Para $x = 8$, temos: $y = (8-8)^2 \rightarrow y = 0$;
- Para $x = 7$, temos: $y = (8-9)^2 \rightarrow y = 1$;

A equação $y = (8 - x)^2$ juntamente com $D(f)$ e $CD(f)$, representa a função f.

Generalizando: Sendo A e B conjuntos não vazios, chama-se função de A em B toda correspondência *f* que associa cada elemento de A a um único elemento de B.

- Os conjuntos A e B são o domínio e o contradomínio da função *f*, respectivamente.
- Indica-se que *f* é uma função do domínio A e contradomínio B por meio do símbolo $f : A \to B$.
- Cada elemento y de B associado, através de *f*, a um elemento x de A é chamado de imagem de x. Esse fato é indicado por $y = f(x)$.
- O subconjunto de B, formado por todos os elementos que são imagem através de f, é conjunto imagem de f.

Atividade 4 (30 min)

1. Para participar da Maratona do Verão, Paula programou o seu treinamento: 14km de corrida por dia.
   a) Quantos quilômetros ela terá percorrido em 5 dias de treinamento?
   b) Construa uma tabela que mostre quantos quilômetros ela percorrerá durante os 7 primeiros dias.
   c) Nesta situação, do que depende o total de quilômetros percorridos por Paula?
   d) Escreva uma fórmula, com duas variáveis, por meio da qual seja possível obter os dados da tabela construída.
   e) Quantos quilômetros ela terá percorrido em 10 dias de treinamento?
   f) Quantos dias ela terá treinado após percorrer 252 km?
2. Uma calça jeans custa R$ 76,00. Ao comprar certo número de calças, a quantia y que um comerciante paga depende do número x de calças que ele compra.
   a) Escreva uma fórmula que expresse a quantia que o comerciante paga em função do número de calças que ele compra.
   b) Quanto o comerciante gastará se comprar 180 calças? E 250 calças?

Avaliação:

A avaliação ocorrerá de forma contínua por meio da participação, resolução de exercícios em sala e em casa.

Referências:

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilce de. **Matemática**: ciência e aplicações. 3ª série E.M.. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da matemática elementar 1:** Conjuntos e funçõe**s**. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

EDITORA MODERNA. (Org.) LEONARDO, Fabio Martins de (ed. responsável). Conexões com a matemática. Vol. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática**: ideias e desafios. 8ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 3ª E.M.. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

CONJUNTOS NUMÉRICOS. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/edimarlsantos/gincana-conjuntos-unio>. Acesso em: 04 maio 2018.

Lista de exercícios – 5º Encontro

1. Nino, que cuida muito do seu físico, foi se matricular numa escola de natação e se deparou com a seguinte promoção:

PROMOÇÃO 2X POR SEMANA Matrícula R$ 100,00 Mensalidade: R$ 84,00

Fez alguns cálculos e anotou-os para saber quanto gastaria se frequentasse a escola durante 6 meses.

Escreva como Nino poderia fazer suas anotações:

a) organizando os cálculos numa tabela;

b) usando uma fórmula;

c) registrando num gráfico cartesiano.

Se tivesse R$856,00, durante quantos meses Nino poderia frequentar a escola?

2. (UFJF-MG) Uma pesquisa realizada com os alunos do ensino médio de um colégio indicou que 221 alunos gostam da área de saúde, 244 da área de exatas, 176 da área de humanas, 36 da área de humanas e de exatas, 33 da área de humanas e de saúde, 14 da área de saúde e de exatas e 6 gostam das três áreas. Qual é o número de alunos que gostam apenas de uma das três áreas?
3. (Cefet-MG) Um instituto de opinião pública pesquisou 800 alunos de uma faculdade sobre a preferência pela leitura das revistas A, B e C, obtendo o seguinte resultado:

   Revista A – 280 leitores.

   Revista B – 350 leitores.

   Revista C – 400 leitores.

   Revistas A e B – 90 leitores

   Revistas A e C – 110 leitores.

   Revistas B e C – 100 leitores.

   Qual o número de leitores das três revistas?
4. (UFMG) Em uma pesquisa de opinião, foram obtidos estes dados:

   - 40% dos entrevistados leem o jornal A
   - 55% dos entrevistados leem o jornal B
   - 35% dos entrevistados leem o jornal C
   - 12% dos entrevistados leem os jornais A e B
   - 15% dos entrevistados leem os jornais A e C
   - 19% dos entrevistados leem os jornais B e C
   - 7% dos entrevistados leem os 3 jornais
   - 135 pessoas entrevistadas não leem nenhum dos três jornais.

   Considerando esses dados, qual foi o número total de entrevistados?
5. (Cefet-MG) 300 alunos de uma escola foram entrevistados a respeito de três frutos: mamão, maçã e abacaxi. O resultado foi o seguinte: 160 disseram que gostam de comer mamão; 120 gostam de comer maçã; 90 gostam de comer abacaxi; 30 gostam de comer mamão e maçã; 40 gostam de comer mamão e abacaxi; 50 gostam de comer maçã e abacaxi e 10 gostam de comer os três frutos. Dos alunos entrevistados, quantos não gostavam de comer nenhum dos frutos?

2.4.1.1 Relatório

Relatório de aula PROMAT 09/06/2018.

No dia 09 de junho de 2018, sábado, realizamos o quinto encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 33 alunos. Iniciamos a aula retomando as atividades entregues no encontro anterior, alguns alunos relataram que ainda estavam com dúvidas sobre o conteúdo de polinômios. Diante disso, dispusemos os gabaritos do terceiro e quarto encontro no quadro, depois questionamos os alunos sobre quais eram suas dúvidas e quais questões as provocaram; desta forma, ouvindo os alunos sobre quais questões seriam de maior interesse, resolvemos os exercícios no quadro. Pareceu-nos que as dúvidas estavam relacionadas a interpretação dos enunciados. Acreditamos que as dúvidas foram sanadas. Os alunos demonstraram estar atentos às explicações e resoluções destes exercícios.

Após isso, introduzimos o conceito de conjuntos, de forma informal e comunicativa com os alunos, por meio de questionamentos e discussões. Elaboramos esse conceito em conjunto com os alunos. Da mesma forma se deu a construção dos conjuntos numéricos, mediante perguntas, tanto dos professores aos alunos, quanto questionamentos dos alunos aos professores. Em seguida, explicamos a existência dos subconjuntos, exemplificando, para um melhor entendimento. Nesse momento pode-se perceber uma sala participativa pois houve uma grande troca de ideias entre os alunos e professores.

A partir de então a aula se voltou às operações com conjuntos. Continuando nessa abordagem informal levantamos questionamentos sobre o que os alunos entendiam por “operações com conjuntos”. Posteriormente, formalizando o que foi levantado junto com os alunos anteriormente, explicamos como devem ser realizadas essas operações, ressaltando também, os símbolos e denominações utilizados. A cada operação, recorremos a exemplos de fácil entendimento, usando conjuntos presentes na sala de aula, de forma a uma operação nos levar intuitivamente a outra.

Em seguida, entregamos os exercícios que deveriam ser resolvidos em sala. Alguns alunos mostraram dificuldades, pois não conseguiam encontrar uma estratégia inicial de resolução. Então buscamos um método para suprir essa dificuldade teórica dos alunos, mostrando uma estratégia que, para nós, poderia tornar mais visível essas operações, a qual era colocar os dados do exercício em um diagrama. Então corrigimos esses exercícios no quadro, sempre abrindo a possibilidade de os alunos explanarem suas resoluções. Mais uma vez eles se mostraram prestativos, se voluntariando para mostrar suas formas de resoluções verbalmente ou no quadro. Explicamos, então, outras formas de pensar e resolver, sanando assim, todas as dúvidas restantes.

Posteriormente, introduzimos o conceito de função, mais uma vez de forma informal e comunicativa, buscando participação dos alunos. Questionamos os alunos sobre o que entendiam por função e, através de exemplos, construímos, junto com eles, o conceito de função. Após, explicamos sobre domínio, contradomínio e imagem, bem como, as diferentes formas de representar uma função e como analisar se uma relação é ou não função pelo gráfico.

Após isso, pedimos que os alunos resolvessem os exercícios propostos sobre função, para fixação do conteúdo, os alunos não apresentaram muitas dificuldades na resolução dos mesmos. Ao final da aula, agradecemos a presença de todos e apresentamos o conteúdo da próxima aula, de forma breve, convidando a todos para participarem da próxima aula.

2.4.2 Plano de aula do dia 16/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Compreender Função afim, utilizar as propriedades e métodos de resolução, inclusive em situações problemas.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com Função afim, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Identificar a lei de associação;
- Construir e interpretar gráficos;
- Classificar as funções em crescentes ou decrescentes;
- Solucionar problemas que envolvam uma ou mais leis de associação;
- Perceber a proporcionalidade e taxa de variação nas situações problemas propostas.

Conteúdo:

Função afim

Recursos Didáticos:

Quadro, lápis, giz, material impresso, Geogebra, computador, projetor, água, bolinhas, régua, proveta.

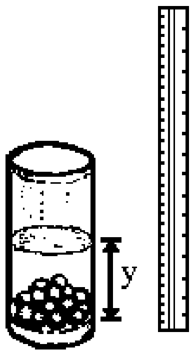
Encaminhamento metodológico:

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Posteriormente, será introduzido o novo conteúdo através de uma experiência utilizando um copo cilíndrico, bolinhas e água, e em seguida a definição e exemplos.

Atividade 1 (60 min)

Observando o nível de água em um copo



O nível da água em um copo cilíndrico varia de acordo com o número de bolinhas que colocamos dentro do copo. As bolinhas utilizadas devem ser todas do mesmo tamanho.

1) Colocar água no copo até atingir 80mL, por exemplo. Inserir as bolinhas e anotar os resultados obtidos.

x	y

2) Construir um gráfico no plano cartesino que associe a altura do nível de água no copo y com o número de bolinhas adicionadas à água, x.

3) Qual seria a variável dependende e a independente?

4) Encontre uma lei, f(x), que descreva a relação entre o número de bolinhas e o nível de água no copo.

5) Levando-se em conta o contexto para os quais os valores são válidos, quais seriam os conjuntos de Domínio, Imagem e Contradomínio desta função?

6) Supondo um tubo (copo) muito mais alto, de mesma base (diâmetro), a partir da função obtida responda.

a) Quantas bolinhas são necessárias para que a água atinja 100mL?

b) Que altura teremos se colocarmos somente 1 bolinha no copo? E se colocássemos 25 bolinhas?

c) Se o raio do copo fosse maior, a quantidade de água inicial e o tamanho das bolinhas mantidos, o que mudaria na expressão da função?

d) E se o tamanho das bolinhas fosse maior, o que seria modificado na expressão da função?

Atividade 2 (40 min)

Função polinomial do 1º grau ou Função afim:

Toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com a e b números reais e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 1º grau ou função afim.

Na fórmula $y = ax + b$:

- **a** e **b** representam números reais;
- **a** é o *coeficiente* do termo **x** (coeficiente angular);
- **b** é o *termo independente* de **x** ou *termo constante* (coeficiente linear);
- **x** é a *variável independente*;
- **y** é a *variável dependente*;
- **x** e **y** representam números reais.

O gráfico de uma função polinomial f qualquer de 1º grau, com domínio $\mathbb{R}$, é uma reta não paralela aos eixos coordenados. Esse grafico é obtido representando-se dois pontos deistintos de f e traçando-se uma reta que passa por eles.

Há dois casos a se considerar:

- Se $a > 0$, o ângulo formado pela reta que representa a função e o eixo das abscissas, no sentido anti-horário, é agudo e a função $f(x) = ax + b$ é **crescente.**
- Se $a < 0$, o ângulo formado pela reta que representa a função e o eixo das abscissas, no sentido anti-horário, é obtuso e a função $f(x) = ax + b$ é **decrescente.**

Iremos utilizar o software Geogebra para realizar atividades exploratórias, mostrando a movimentação do gráfico com a alteração do coeficiente “a”.

Interseção com os eixos:

- Eixo x: para $y = 0$, tem $ax + b = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$ (raiz ou zero da função). Logo $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$ é o ponto de interseção da reta $y = ax + b$ com o eixo **x**.
- Eixo y: para $x = 0$, tem $y = a(0) + b \Rightarrow y = b$. Logo $(0, b)$ é o ponto de interseção da reta $y = ax + b$ com o eixo **y**.

Função linear

Toda função polinomial do 1º grau cuja lei de associação é do tipo $f(x) = ax$ é chamada de função linear. Nela o coeficiente linear é nulo, $b = 0$.

i. O gráfico de uma função linear é uma reta que passa pela origem do sistema do sistema, caso o domínio seja $\mathbb{R}$; ou é parte de uma reta, caso o domínio seja uma parte de $\mathbb{R}$.

ii. Em toda função linear $f(x) = ax$, os valores de x são diretamente proporcionais aos valores de y, isto é:

- Se $x = 0$, então $y = 0$;
- Se (m, n) e (p, q) são pontos da função, com $m \neq 0$ e $n \neq 0$, então: $\frac{p}{m} = \frac{q}{n}$.

Proporcionalidade na função polinomial de 1º grau

Em toda função afim $y = ax + b$, a razão entre a variação de valores de y, Δy, e a variação correspondente de valores de x, Δx, é uma constante não nula k, isto é, $\frac{\Delta y}{\Delta x} = k$ ou, ainda $\Delta y = k \cdot (\Delta x)$. Portanto, a função que expressa Δy em função de Δx é linear e, por isso, dizemos que em toda função afim $y = ax + b$ os valores de x e y variam linearmente.

Taxa de variação da função afim

Em toda função da forma $y = ax + b$, com a e b reais e a não nulo, a taxa média de variação de y em relação a x, quando x varia em qualquer intervalo, é igual a constante a, que é o coeficiente de x na função afim.

Se $y = ax + b$, com a e b reais e $a \neq 0$, então: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = a$

Como a taxa média de varianção da função afim é constante, podemos chamá-la, simplesmente, de taxa de variação.

Atividade 3 (45 min)

Iremos utilizar o software Geogebra para realizar atividades exploratórias sobre as propriedades da função afim. Mostrando a movimentação do gráfico com a alteração dos coeficientes.

Utilizando dois controles deslizantes, “a” (coeficiente angular) e “b” (coeficiente linear), ambos com variação de -10 a 10 e incremento 1. Com a função $y = ax + b$, marcaremos o ponto de interseção entre o eixo y e a reta e o ângulo entre o eixo x e a reta. Mostraremos as alterações que ocorrem mantendo o controle deslizante “a” com valor 1 e movimentando o “b”, e também o inverso.

Atividade 4 (40 min)

Os alunos irão resolver exercícios para melhor fixação do conteúdo.

1. (UDESC) Qual a soma dos coeficientes **a** e **b** da função $f(x) = ax + b$, para que as afirmações $f(0) = 3$ e $f(1) = 4$ sejam verdadeiras?
2. (UDESC) O preço a ser pago por uma corrida de taxi inclui uma parcela fixa, chamada bandeirada, e outra que varia de acordo com a distância (quilômetros rodados). Em uma cidade onde a bandeirada é R$ 4,20, uma pessoa pagou, por uma corrida de 10 km, a quantia de R$ 18,70. Qual foi o preço pago por quilômetros rodados?
3. Uma casa de fotocópias apresenta a seguinte promoção:
   - Até 100 cópias: R$0,10 por cópia;
   - Acima de 100 cópias: R$0,07 por cópia excedente.
   - Acima de 500 cópias: R$0,05 por cópia excedente.

   Determine:

   a. O valor a ser pago por 120 cópias de um mesmo original;
   b. O valor a ser pago por 800 cópias de um mesmo original;
   c. A lei que define a função preço (p) pago pela reprodução de x cópias de um mesmo original.

4. No tempo $t = 0$ o tanque de um automóvel está com 8 litros de combustível. A partir desse instante, ele é abastecido e o volume de combustível no tanque aumenta a uma razão constante de 4 litros por minuto, durante 8 minutos. Logo em seguida, o automóvel entra em movimento e gasta o combustível a uma razão constante de 5 decilitros por minuto. Designando por (V_t) o volume de combustível no tanque, em litros, em função do tempo t, em minutos:
   a. Determine o tempo de percurso deste automóvel;
   b. Determine a expressão de (V_t)e esboce seu gráfico

Avaliação:

A avaliação ocorrerá de forma contínua por meio da participação e do desenvolvimento dos conceitos obtidos em suas resoluções e atividades práticas.

Referências:

TOILLIER, Jean Sebastian *et all.* Função afim. In: ANTUNES, Francieli Agostinetto *et all* (Orgs). **Propostas didáticas de matemática –** PIBID 2014. Porto Alegre: Evangraf, 2016.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilce de. **Matemática:** ciência e aplicações**.** 3ª série E.M.. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da matemática elementar 1:** Conjuntos e funções. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

EDITORA MODERNA. (Org.) LEONARDO, Fabio Martins de (ed. responsável). Conexões com a matemática. Vol. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

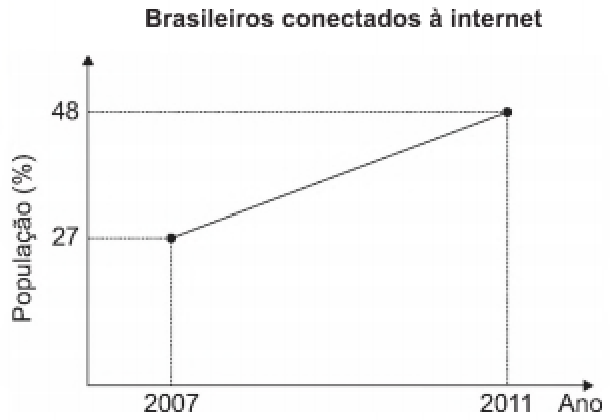
MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 8ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 3ª série E.M. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

Lista de exercícios – 6º Encontro

1. (Mackenzie-SP) A função f é definida por $f(x) = ax + b$. Sabendo-se que $f(-1) = 3$ e $f(1) = 1$, qual o valor de $f(3)$?

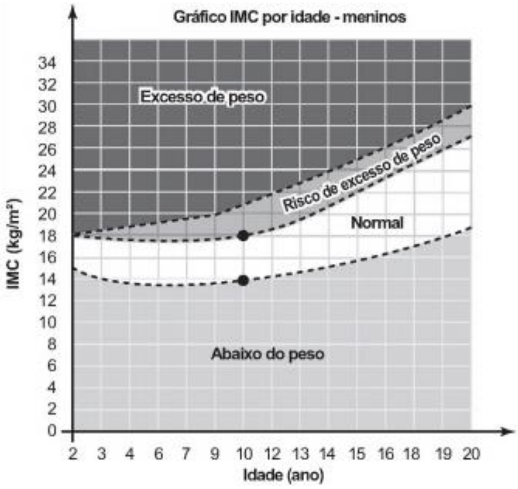
2. (UNIFOR) A função f, do 1° grau, é definida por $f(x) = 3x + k$. Qual o valor de k para que o gráfico de f corte o eixo das ordenadas no ponto de ordenada 5?
3. (ACAFE) Um táxi começa uma corrida com o taxímetro marcando R$ 4,00. Cada quilômetro rodado custa R$1,50. Se ao final de uma corrida, o passageiro pagou R$ 37,00, qual a quantidade de quilômetros percorridos?
4. (ENEM 2016) O percentual da população brasileira conectada à internet aumentou nos anos de 2007 a 2011. Conforme dados do Grupo Ipsos, essa tendência de crescimento é mostrada no gráfico.



Suponha que foi mantida, para os anos seguintes, a mesma taxa de crescimento registrada no período 2007-2011. Qual a estimativa para o percentual de brasileiros conectados à internet em 2013?

5. (ENEM 2016) O Índice de Massa Corporal (IMC) pode ser considerado uma alternativa prática, fácil e barata para a medição direta de gordura corporal. Seu valor pode Massa ser obtido pela fórmula $\text{IMC} = \frac{\text{Massa}}{(\text{Altura})^2}$, na qual a massa é em quilograma e a altura, em metro. As crianças, naturalmente, começam a vida com um alto índice de gordura corpórea, mas vão ficando mais magras conforme envelhecem, por isso os cientistas criaram um IMC especialmente para as crianças e jovens adultos, dos dois aos vinte anos de idade, chamado de IMC por idade.

O gráfico mostra o IMC por idade para meninos.



Uma mãe resolveu calcular o IMC de seu filho, um menino de dez anos de idade, com 1,20 m de altura e 30,92 kg.

Disponível em: http://saude.hsw.uol.com. Acesso em: 31 jul. 2012.

Para estar na faixa considerada normal de IMC, quais os valores mínimo e máximo que esse menino precisa emagrecer, em quilograma?

(ENEM 2016) Uma empresa farmacêutica fez um estudo da eficácia (em porcentagem) de um medicamento durante 12 h de tratamento em um paciente. O medicamento foi administrado em duas doses, com espaçamento de 6 h entre elas. Assim que foi administrada a primeira dose, a eficácia do remédio cresceu linearmente durante 1 h, até atingir a máxima eficácia (100%), e permaneceu em máxima eficácia durante 2 h. Após essas 2 h em que a eficácia foi máxima, ela passou a diminuir linearmente, atingindo 20% de eficácia ao completar as 6 h iniciais de análise. Nesse momento, foi administrada a segunda dose, que passou a aumentar linearmente, atingindo a máxima eficácia após 0,5 h e permanecendo em 100% por 3,5 h. Nas horas restantes da análise, a eficácia decresceu linearmente, atingindo ao final do tratamento 50% de eficácia. Considerando as grandezas tempo (em hora), no eixo das abscissas; e eficácia do medicamento (em porcentagem), no eixo das ordenadas, desenhe o gráfico que representa tal estudo.

O prefeito de uma cidade deseja construir uma rodovia para dar acesso a outro município. Para isso, foi aberta uma licitação na qual concorreram duas empresas. A primeira cobrou R$ 100 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 350 000,00, enquanto a segunda cobrou R$ 120 000,00 por km construído (n), acrescidos de um valor fixo de R$ 150 000,00. As duas empresas apresentam o mesmo padrão de qualidade dos serviços prestados, mas apenas uma delas poderá ser contratada.

Do ponto de vista econômico, qual equação possibilitaria encontrar a extensão da rodovia que tornaria indiferente para a prefeitura escolher qualquer uma das propostas apresentadas?

6. (ENEM 2012) As curvas de oferta e de demanda de um produto representam, respectivamente, as quantidades que vendedores e consumidores estão dispostos a comercializar em função do preço do produto. Em alguns casos, essas curvas podem ser representadas por retas. Suponha que as quantidades de oferta e de demanda de um produto sejam, respectivamente, representadas pelas equações:

$$Q_o = -20 + 4P$$

$$Q_d = 46 - 2P$$

em que Q_o é a quantidade de oferta, Q_d é a quantidade de demanda e P é o preço do produto.

A partir dessas equações, de oferta e de demanda, os economistas encontram o preço de equilíbrio de mercado, ou seja, quando Q_o e Q_d se igualam.

Para a situação descrita, qual o valor do preço de equilíbrio?

2.4.2.1 Relatório

Relatório de aula PROMAT 16/06/2018.

No dia 16 de junho de 2018, sábado, realizamos o sexto encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 27 alunos. Iniciamos a aula agradecendo a presença de todos que, mesmo com o frio, se fizeram presentes ao encontro. Em seguida retomamos as atividades entregues no encontro anterior para serem feitas em casa. Nesse momento a turma se mostrava pouco participativa, questionamos sobre quais exercícios geraram dúvidas, porém os alunos não mostraram opinião a respeito. Dessa forma, como já havíamos considerado em nosso planejamento, corrigimos os exercícios que pensamos serem interessantes e que abordavam de forma mais abrangente o conteúdo da aula anterior, imaginamos que dessa forma qualquer dúvida, mesmo que omitida pelos alunos, poderia ser esclarecida.

Em sequência a esse momento inicial introduzimos o conceito de função do 1º grau com uma atividade prática, a qual por meio do uso de materiais manipuláveis, abrangeria os conceitos propostos a função de 1º grau, a atividade consistia em utilizar tubos de ensaio, bolicas (bulitas ou bolas de gude) e a água previamente disponibilizados para os alunos, para que eles anotassem dados sobre o aumento do nível da água a cada bola de gude adicionada ao tudo de ensaio que inicialmente deveria estar com uma quantidade de água escolhida pelos alunos. Dispusemos as mesas anteriormente à chegada dos alunos em cinco grupos de cinco ou seis elementos. Esse agrupamento era fundamental para a atividade proposta que tinha o intuito de elucidar os conceitos da função do 1º grau; trabalhamos os conceitos teóricos como variáveis independentes e dependentes, lei de formação de uma função, além, de outros conceitos. Durante esta atividade notou-se a participação dos alunos em seus grupos, observando-os empenhados na realização da atividade e engajados em se comunicar com seus colegas para buscar o entendimento dos conceitos e a realização da atividade.

Ainda sobre a atividade, pediu-se aos alunos que explanassem no quadro as informações obtidas na primeira etapa da atividade em forma de tabela, as quais após a conclusão da atividade prática foram discutidas, aproveitando essas informações formalizamos conceitos acerca da função.

Em seguida, trabalhamos com cada conceito em separado amparados pelo uso do *software* Geogebra, que nos auxiliou na construção de gráficos, explorando as ferramentas fornecidas pelo *software* mostramos aos alunos as alterações gráficas provocadas pela variação dos valores dos coeficientes da função.

Ainda com o uso do Geogebra trabalhamos as intersecções do gráfico com os eixos ordenados, além do caso particular da função afim e da função constante, nesse momento a sala estava muito focada as explicações dos professores e comentando sobre a grande utilidade do *software* para se aprender sobre construção de gráfico, alguns alunos comentaram sobre terem conhecimento sobre o *software* e já o terem utilizado no colégio.

Passado isso a aula se voltou à realização dos exercícios propostos na lista. Notamos um bom entendimento da turma sobre o tema da aula pois a resolução dos exercícios pelos alunos ocorreu sem grandes dificuldades, percebemos que a utilização do Geogebra foi de grande acréscimo a aula, pois, dessa forma os alunos conseguiram rapidamente compreender os conceitos abordados o utilizando. Havíamos preparado um jogo para o final da aula, porém, não conseguimos trabalhar com o mesmo, pois, alguns aspectos da aula demoraram mais do que havíamos planejados. Ao final da aula apresentamos brevemente o conteúdo a ser abordado no próximo encontro, agradecemos a presença e convidamos todos a participarem do próximo encontro.

2.4.3 Plano de aula do dia 23/06/2018

Público-Alvo:

Alunos do 3º ano do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Compreender propriedades, identificar aplicações e solucionar exercícios propostos envolvendo função e equação quadrática.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com função e equações quadrática, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a lei de formação;
- Solucionar problemas envolvendo raízes e vértice;
- Identificar pontos de intersecção e o eixo de simetria;
- Analisar o gráfico para o estudo de sinal da função identificando ainda quando a função é crescente e decrescente;

Conteúdo:

Função quadrática

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, lápis, material impresso, computador, Geogebra, projetor

Encaminhamento metodológico:

Atividade 1 (40 min)

Uma quadra de esportes de um clube mede 48 metros de largura e 80 metros de comprimento. O diretor do clube deseja aumentar a sua área, acrescentando faixas de mesma largura a um dos lados e ao fundo, de modo a conservar o formato retangular. Escreva uma função que represente os possíveis valores da nova área da quadra.

Iremos discutir as resoluções dos alunos, realizando algumas colocações e logo após será introduzida à definição de Função polinomial do 2º grau.

Função polinomial do 2º grau ou função quadrática

Toda função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c números reais e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do segundo grau ou função quadrática.

Na fórmula $y = ax^2 + bx + c$:

- **a, b** e **c** representam números reais;
- **a** e **b** são os coeficientes dos termos **x²** e **x,** respectivamente;
- **c** é o termo independente de **x** ou termo constante;
- x é a variável independente;
- y é a variável dependente;

O gráfico dessa função é denominado parábola. Toda parábola é composta por dois ramos simétricos em relação ao uma reta chamada eixo de simetria. O ponto comum à parábola e ao eixo de simetria é o ponto V, chamado de vértice da parábola.

- Se $a > 0$, sua concavidade é voltada para o sentido positivo do eixo y (para cima);
- Se $a < 0$, sua concavidade é voltada para o sentido negativo do eixo y (para baixo).

Pontos de intersecção da parábola com o eixo x

Uma parábola de equação $y = ax^2 + bx + c$ pode ter um ou dois pontos em comum com o eixo das abscissas ou não interceptar esse eixo. Para identificar qual dessas possibilidades ocorre, basta atribuir valor zero a variável y, obtendo:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{(I)}$$

Pela fórmula resolutiva de uma equação de 2º grau, temos:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- $\Delta = b^2 - 4ac$
- Se $\Delta > 0$, então a equação (I) terá duas raízes reais e distintas: $x_1 \neq x_2$. Assim, os pontos de intersecção da parábola com o eixo x serão $(x_1, 0)$ e $(x_2, 0)$.

- Se $\Delta = 0$, então a equação (I) terá duas raízes reais e iguais: $x_1 = x_2$. Logo a parábola será tangente ao eixo x no ponto de abscissa $x_1 = x_2$.
- $\Delta < 0$, logo a equação (I) não terá raiz real. Portanto, a parábola não terá ponto em comum com o eixo x.

Pontos de intersecção da parábola com o eixo y

Para obter esse ponto, atribuímos valor zero à variável x da equação da parábola, $y = ax^2 + bx + c$:

$$y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \rightarrow y = c$$

Logo, o ponto de intersecção da parábola com o eixo y é (0, c).

Vértice da parábola

O vértice da parábola de equação $y = ax^2 + bx + c$ é o ponto $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$.

Construção da parábola

E possível construir o gráfico de uma função de 2º grau sem montar a tabela de pares (x, y), mas seguindo o seguinte roteiro de observações:

i. O valor do coeficiente **a** define a concavidade da parábola.

ii. As raízes (ou zeros) definem os pontos em que a parábola intercepta o eixo x.

iii. O vértice $V = \left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a} \right)$ indica o ponto de mínimo (se $a > 0$) ou de máximo (se $a < 0$).

iv. A reta que passa por V e é paralela ao eixo y é o eixo de simetria da parábola.

v. Para $x = 0$, temos $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = c$; então (0, c) é o ponto em que a parábola corta o eixo y.

Atividade 2 (30 min)

1) Indicar o domínio, conjunto imagem, vértice e raízes da parábola e esboçar o gráfico das funções:

a) $y = x^2 - 6x + 8$

b) $y = -x^2 + 4x$

c) $y = (x - 3) \cdot (x + 2)$

d) $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

e) $y = -x^2$

Atividade 3 (40 min)

Iremos utilizar o software Geogebra para realizar atividades exploratórias sobre as propriedades da função quadrática. Mostrando a movimentação do gráfico com a alteração dos coeficientes.

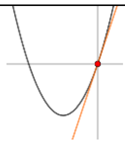
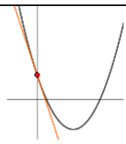
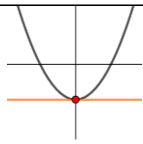
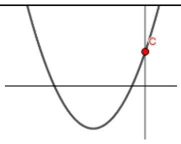
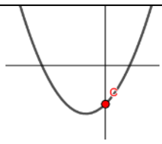
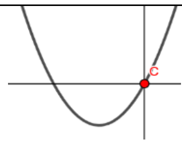
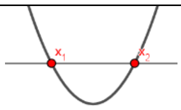
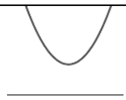
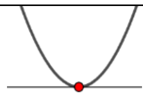
Atividade 4 (40 min)

“Completando quadrado”:

Neste momento iremos explorar mais uma forma de encontrar uma solução para uma equação do segundo grau. Mostraremos que as raízes podem ser encontradas da forma que julgarem mais fácil e também que o por meio do completamento de quadrado além de se obter as raízes, obtém-se o vértice da parábola. Por meio de um exemplo vamos explicar a forma de resolver utilizando “completamento de quadrado”.

As equações podem ser resolvidas por meio do “completamento do quadrado”:

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} = 0$$

$y = ax^2 + bx + c$	**POSITIVO**	**NEGATIVO**	**ZERO**
a **concavidade**	 Concavidade para cima	 Concavidade para baixo	Não tem concavidade
b **tangente**	 Tangente crescente	 Tangente decrescente	 Tangente horizontal *
c **eixo y**	 Acima da origem	 Abaixo da origem	 Contém a origem
Δ **raízes**	 Duas raízes reais e distintas	 Duas raízes imaginárias	 Duas raízes reais e iguais

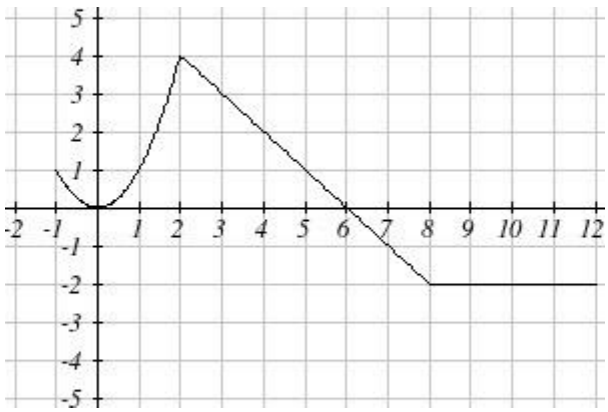
∗ :VÉRTICE pertence ao eixo y

Tabela 1: Representações gráficas.

Fonte: Acervo dos autores.

Atividade 5 (60 min)

1. Expresse a lei de formação.



2. Em uma ocorrência policial, foi isolada uma região retangular com três lados formados por uma corda com 20 m de comprimento, e o quarto lado em um muro onde foram fixadas as extremidades da corda. Qual é a maior área possível da região isolada, sabendo que o muro tem extensão suficiente para conter um lado de qualquer retângulo que possa ser formado nas condições enunciadas?
3. Determine, em cada caso, a lei que define a função quadrática:

   a) Com duas raízes iguais a $\sqrt{3}$ e cujo gráfico intercepta o eixo y em (0, 3);

   b) Cujo gráfico contém os pontos (-1, -4), (1, 2) e (2, -1).

Avaliação:

A avaliação se desenvolverá no decorrer da aula por meio da observação e registro do desenvolvimento dos conceitos aprendidos pelos alunos em suas resoluções, e ainda através das resoluções da lista de exercícios que entregue.

Referências:

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; TERTO, Lucicleide Lavor. **Construção de conhecimentos e reflexão sobre a própria prática** - Trabalhando com função quadrática por meio de jogos. Disponível em: <sites.unifra.br/Portals/35/Artigos/2008/Sem_1/Construcao.pdf>. Acesso em: 28 maio 2018.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilce de. **Matemática:** ciência e aplicações. 3ª série. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

IEZZI, Gelson; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da matemática elementar 1:** Conjuntos e funções. 3. ed. São Paulo: Atual, 1977.

EDITORA MODERNA. (Org.) LEONARDO, Fabio Martins de (ed. responsável). Conexões com a matemática. Vol. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2013. MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. **Matemática:** ideias e desafios. 8ª série. 14. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 3ª série. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

Lista de exercícios – 7º Encontro

1) Um grupo de alunos do curso de Biologia programou uma viagem de campo que custaria no total R$2400,00 – valor que dividiriam igualmente entre si. Alguns dias antes da partida, quatro estudantes se juntaram ao grupo e, assim, cada participante pagou R$30,00 a menos, quantas pessoas foram a viagem?
2) Deseja-se construir uma calçada, de largura x, em metro, contornando dois lados consecutiva de um jardim de forma retangular, sendo que o jardim possui lados 5m e 4m. Expresse a área da calçada.
3) Se o gráfico da função do segundo grau $f(x) = ax^2 + bx + c$ passa pelo ponto (1, 4) determine o valor de $a + b + c$
4) Calcule as raízes e esboce os gráficos das seguintes funções:

a) $y = 2x^2 - 5x + 3$ b) $y = -x^2 + x + 6$ c) $y = 25 + 10x + x^2$

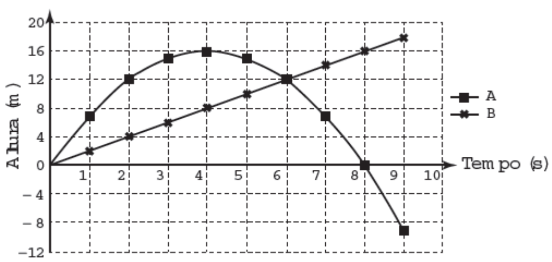
5) Uma companhia aérea freta um avião de 50 lugares de acordo com as seguintes condições especificadas no contrato de fretamento:

a) Cada passageiro pagará R$600,00 se todos os 50 lugares forem vendidos;

b) Cada passageiro pagará um adicional de R$30,00 por lugar não vendido;

Quantos lugares a companhia deverá vender para obter lucro máximo.

6) Para uma feira de ciências dois projéteis de foguetes A e B estão sendo construídos para serem lançados. O planejamento é que eles sejam lançados juntos, com o objetivo de o projétil B interceptar o A quando esse alcançar sua altura máxima. Para que isso aconteça, um dos projéteis descreverá uma trajetória parabólica, enquanto o outro irá descrever uma trajetória supostamente retilínea. O gráfico abaixo mostra as alturas alcançadas por esses projéteis em função do tempo nas simulações realizadas.



Com base nessas simulações, observou-se que a trajetória do projétil B deveria ser alterada para que o objetivo fosse alcançado. Qual seria o coeficiente angular da reta para que o objetivo seja alcançado? Exponha todos os cálculos.

2.4.3.1 Relatório

Relatório de aula PROMAT 23/06/2018

No dia 23 de junho de 2018, sábado, realizamos o sétimo encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 18 alunos, o número foi inferior aos demais encontros, devido a um “aulão” que estava acontecendo na cidade em preparação ao ENEM, assim, muitos alunos não compareceram a aula. Iniciamos a aula retomando as atividades do encontro anterior, para sanar as supostas dúvidas. Os alunos não estavam interagindo, percebemos que grande maioria não havia feito às atividades e os que as fizeram não quiseram expô-las. Logo, resolvemos no quadro algumas das que foram solicitadas.

Em seguida, entregamos uma lista de exercícios para os alunos, solicitando que resolvessem somente o primeiro exercício, no qual havia uma quadra de esportes com as medidas de largura e comprimento, então era solicitado para encontrar a função que representasse uma nova área da quadra, se aumentasse uma faixa de mesmo tamanho em sua largura e comprimento de forma a manter o formato retangular. O mesmo não apresentou grandes dificuldades; talvez pelo fato de já termos trabalhado exercícios semelhantes a esse. Após, foram discutidas as formas de resolução e, introduzido o conteúdo de função de segundo grau.

Primeiramente, passamos a definição da função de segundo grau, bem como seus coeficientes, termos e variáveis. Após, com o uso da ferramenta Geogebra, apresentamos o gráfico dessa função e o que acontece com ele quando o coeficiente *a* é positivo ou negativo.

Posteriormente, definimos os pontos de interseção da parábola com o eixo x e eixo y, explicando sobre o delta e a sua influência nas raízes, para melhor entendimento foram utilizadas ilustrações no quadro. Em sequência, foi explicado sobre o vértice da parábola e como encontrá-lo, utilizando-o para destacar o eixo de simetria. Para melhor compreensão, utilizamos novamente o Geogebra.

A partir disso, apresentamos os passos para a construção da parábola, seguido de um exemplo; fomos realizando a construção junto com os alunos, retomando os conceitos já definidos e aplicando-os. Neste momento, pode-se perceber a participação ativa dos alunos, os mesmos prestavam muita atenção em cada passo, interagindo e questionando.

Em seguida, solicitamos aos alunos que fizessem o próximo exercício da lista entregue, o qual consistia na construção de gráficos, os quais iriam utilizar os conceitos explicados anteriormente. Os alunos pediram para que resolvêssemos mais um exemplo com eles, para que conseguissem obter melhor compreensão e assim conseguissem realizar os demais. Percebemos que os alunos apresentaram muitas dificuldades na construção, deixando de analisar o coeficiente *a*, construindo assim a parábola virada, errando no cálculo de raízes ou vértices, entre outros.

Após, apresentamos o completamento de quadrado, uma das formas para encontrar a solução de uma equação de segundo grau. Foi mostrado que por meio do completamento podemos encontrar as raízes da função e o vértice da parábola. Seguido de um mesmo exemplo que foi resolvido utilizando a fórmula resolutiva, e foi posteriormente apresentado completando o quadrado por meio da fórmula e também geometricamente. Os alunos perceberam que chegamos ao mesmo resultado.

Por fim, solicitamos que os alunos resolvessem as demais atividades da lista, as quais estaríamos dispostos a ajudar e tirar as dúvidas.

O plano não foi totalmente cumprido, devido à falta de tempo, pois os alunos levaram um tempo superior ao esperado nas construções. Portanto, não conseguimos realizar o jogo que estava proposto.

2.5 Módulo 3 – Geometria

2.5.1 Plano de aula do dia 30/06/2018

Público-Alvo:

Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral:

Explorar conceitos fundamentais de geometria plana e espacial.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com geometria, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Compreender a ideia de polígono;
- Identificar os polígonos quanto ao número de lados e quanto aos ângulos;
- Classificar os polígonos em famílias;
- Determinar área e perímetro de um polígono;
- Compreender e calcular qual é soma de ângulos internos e externos dos principais polígonos;
- Entender como calcular volume de poliedros;
- Identificar vértices, arestas e faces.

Conteúdo:

Polígonos, Ângulos de polígonos, Soma dos ângulos internos e externos, Área e Perímetro, Poliedros (volume).

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, lápis, computador, projetor, material impresso, papel quadriculado, régua,

Encaminhamento metodológico:

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Atividade 1 (30 minutos)

Será introduzido o novo conteúdo, por meio de uma atividade. Distribuiremos aos grupos, a imagem abaixo, os alunos deverão descrever a identificação, número de lados e vértices e a regularidade de cada um dos polígonos.

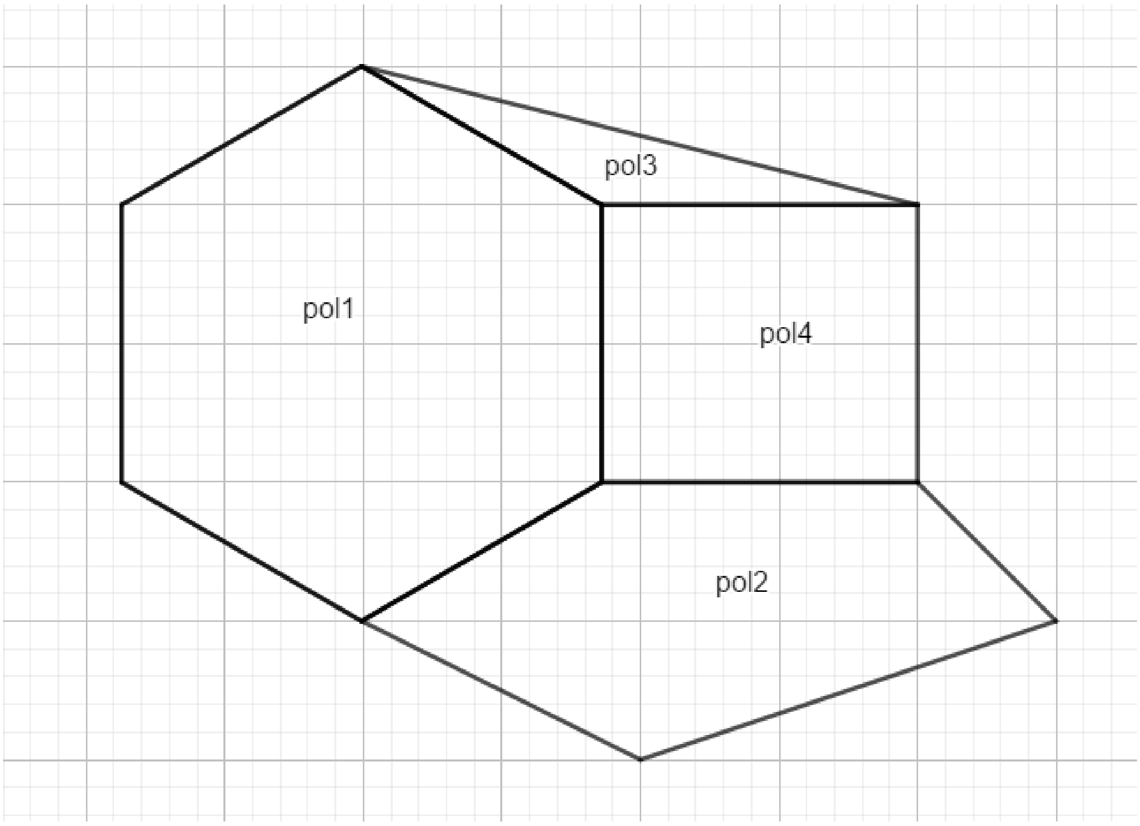


Figura 8: Polígono.

Fonte: Acervo dos autores.

Após feito isso, os alunos irão apresentar os resultados obtidos no quadro. Explicaremos, utilizando exemplos, os conceitos de polígonos (nomenclatura, regularidade, número de vértices, lados e ângulos), apresentando as definições.

Atividade 2 (40 minutos)

Ângulos

- *Ângulo* é a região do plano limitada por duas semirretas de mesma origem.
- *Ângulo reto* é o ângulo cuja medida é 90º.
- *Ângulo agudo*: quando sua medida é menor que a medida de um ângulo reto (90°).

- *Ângulo obtuso*: quando sua medida é maior que a medida de um ângulo reto (90°).
- *Ângulo raso*: quando seus lados são semirretas opostas e a medida for de dois retos de 180°.
- Dois ângulos que possuem o mesmo vértice e tem um lado em comum são denominados *Ângulos consecutivos*.
- Dois ângulos consecutivos que não possuem pontos internos em comum são denominados *Ângulos adjacentes*.
- Dois ângulos que tem a mesma medida são chamados de *ângulos congruentes*.
- Os ângulos são *complementares* se ao somá-los o resultado obtido é 90°.
- Os ângulos são *suplementares* se ao somá-los o resultado obtido é 180°.
- Os ângulos são *replementares* se ao somá-los o resultado obtido é 360°.
- Sabendo que dois ângulos são complementares ou suplementares, é possível encontrar a medida de um deles a partir da medida do outro.
- *Bissetriz* de um ângulo é a semirreta de origem no vértice desse ângulo que determina, com seus lados, dois ângulos adjacentes congruentes.

Usaremos canudos e um alfinete como “retas concorrentes”, formando assim, quatro ângulos, trabalharemos a relação da medida de ângulos opostos pelo vértice, bem como os tipos de ângulos acima descritos.

Atividade 3 (30 minutos)

Iremos trabalhar com o conceito de ângulo interno, começaremos com a soma dos ângulos internos do triângulo (utilizaremos o *software* Geogebra) e, posteriormente os alunos deverão preencher a tabela a seguir, ressaltaremos que os polígonos podem ser divididos em triângulos e isso pode facilitar o cálculo da soma dos ângulos.

1) Liste os ângulos internos dos seguintes polígonos regulares:

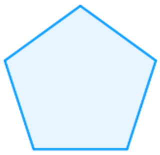
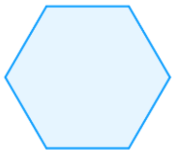
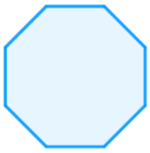
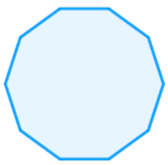
Nome	Polígono	Número de lados	Ângulo Interno	Soma dos ângulos internos
Triângulo				
Quadrado				
				
Hexágono				
				
Octógono				
Eneágono				
Decágono				

Tabela 2: Ângulos polígonos.

Fonte: Acervo dos autores.

a) Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação dos polígonos da tabela, para cobrir todo chão de um local, quais combinações de polígonos ele poderá utilizar?
b) A partir dos resultados obtidos na tabela, você consegue montar uma função, que relacione a quantidade de lados do polígono, com a soma dos ângulos internos?

Atividade 4 (10 minutos)

Quadriláteros

Todo polígono que tem exatamente quatro lados é chamado *quadrilátero*.

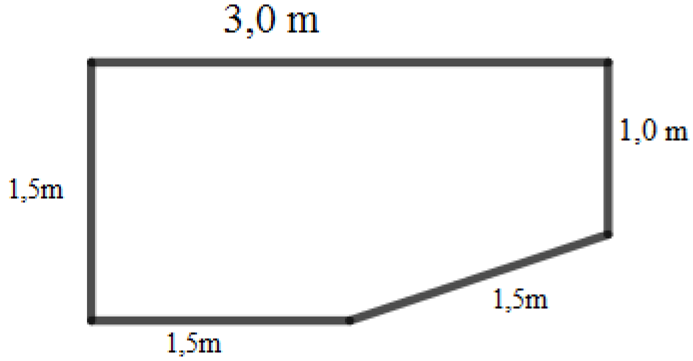
Os quadriláteros podem ser classificados quanto ao paralelismo dos lados; podem ter dois pares de lados paralelos, apenas um par de lados paralelos ou nenhum par de lados paralelos.

- *Paralelogramos*: quadriláteros que tem dois pares de lados paralelos.
  - *Retângulos:* paralelogramos que tem quatro ângulos retos.
  - *Losangos:* paralelogramos cujos lados tem a mesma medida.
  - *Quadrados:* paralelogramo que tem lados de mesma medida e quatro ângulos retos.
- *Trapézios*: quadriláteros que tem apenas um par de lados paralelos.
- *Outros quadriláteros*: quadriláteros que não tem lados paralelos não tem nenhum nome especial.

Atividade 5 (20 minutos)

Perímetro:

1) Seu Pedro quer fazer uma cerca para colocar suas galinhas. A área do terreno disponível tem a forma de um polígono com as seguintes medidas:



Quanto vai medir a cerca?

Definição:

O *perímetro* de um polígono é a soma de todos os lados do polígono.

Atividade 6 (50 minutos)

O conceito de área será explorado de forma intuitiva, ou seja, iremos apresentar as imagens com fundo quadriculado para que deduzam as fórmulas de áreas de alguns polígonos.

A partir da sua intuição e dos seus conhecimentos matemáticos, escreva a fórmula das áreas a seguir.

Área do retângulo

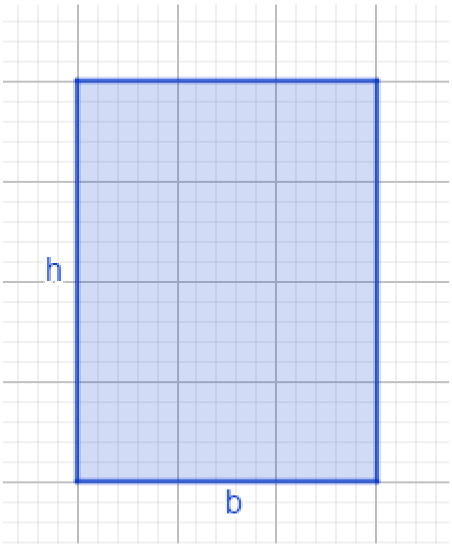


Figura 9: Retângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

h = medida da largura (ou altura)

b = medida do comprimento (ou da base)

A fórmula da área do retângulo é: A =

Área do Quadrado

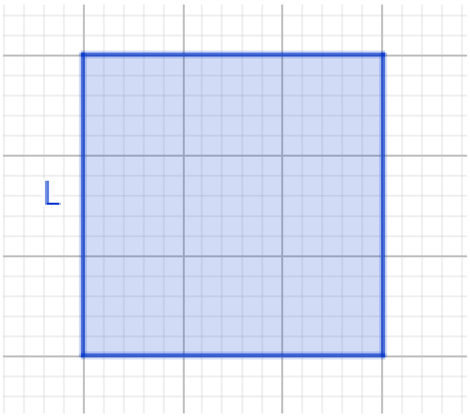


Figura 10: Quadrado.

Fonte: Acervo dos autores.

Todo quadrado é um retângulo cujos lados possuem medidas iguais.

Área do quadrado é: A = ou A =

Área do paralelogramo

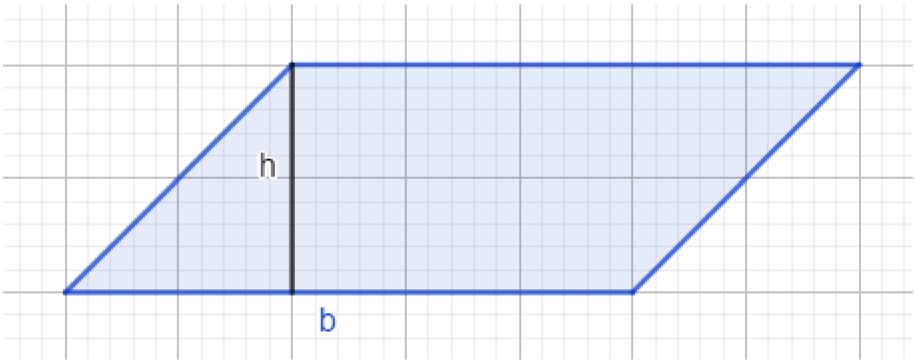


Figura 11: Paralelogramo.

Fonte: Acervo dos autores.

h = medida da largura (ou altura)

b = medida do comprimento (ou da base)

A partir de suas observações e conclusões, qual a fórmula que nos permite calcular a área do paralelogramo, sendo b(base) e h(altura)? A =

Área do triângulo

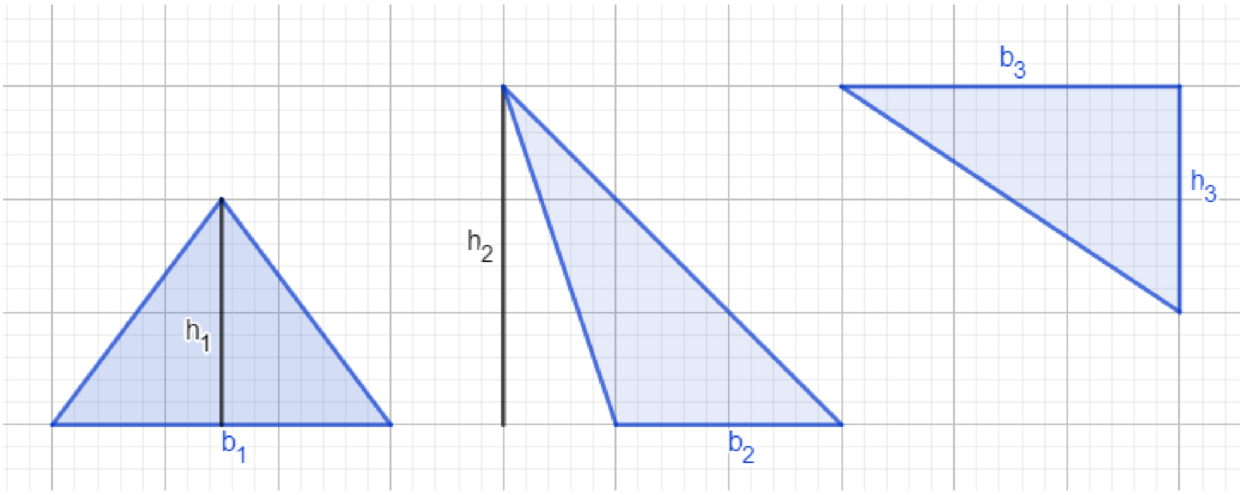


Figura 12: Triângulos.

Fonte: Acervo dos autores.

Sendo b(base) e h(altura), escreva a fórmula que nos permite calcular a área dos triângulos:

A =

Área do losango:

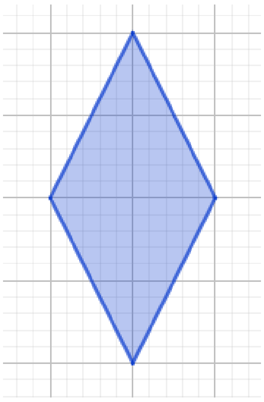


Figura 13: Losango.

Fonte: Acervo dos autores.

Se D (diagonal maior) e d (diagonal menor) do losango, qual a fórmula da área do losango: A=

Área do trapézio:

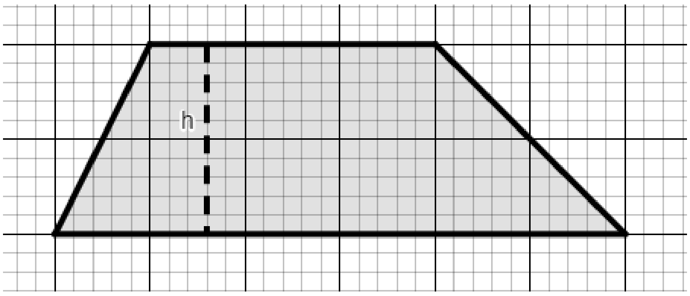


Figura 14: Trapézio.

Fonte: Acervo dos autores.

Sendo b e B os lados paralelos, com B representando o maior lado e h sendo a altura. Qual a fórmula para calcular a área de um trapézio?

A =

Atividade 7 (30 minutos)

As formas geométricas espaciais que tem sua superfície formada por apenas partes planas são denominadas *poliedros*. Já os *não poliedros* são formas geométricas espaciais que apresentam em sua superfície pelo menos uma parte arredondada, ou seja, não plana.

- Poliedros oblíquos: apresenta as arestas laterais obliquas aos planos das bases;
- Poliedros retos: apresenta as arestas laterais perpendiculares aos planos da base.

Mostraremos alguns exemplos de poliedros que encontramos no nosso dia a dia, com isso, explicaremos, exemplificando, o conceito de aresta, vértice e face.

NOME	TIPO DE FACE	N° DE FACES	N° DE ARESTAS	N° DE VÉRTICES
Tetraedro	Triângulo	4	6	4
Hexaedro	Quadrilátero	6	12	8
Octaedro	Triângulo	8	12	6
Dodecaedro	Pentágono	12	30	20
Icosaedro	Triângulo	20	30	12

Tabela 3: Classificação Poliedros.

Fonte: Acervo dos autores.

Prismas

Em um prisma duas de suas faces são denominadas bases e as demais são faces laterais. As bases de um prisma sempre são idênticas e paralelas entre si. As faces laterais são paralelogramos.

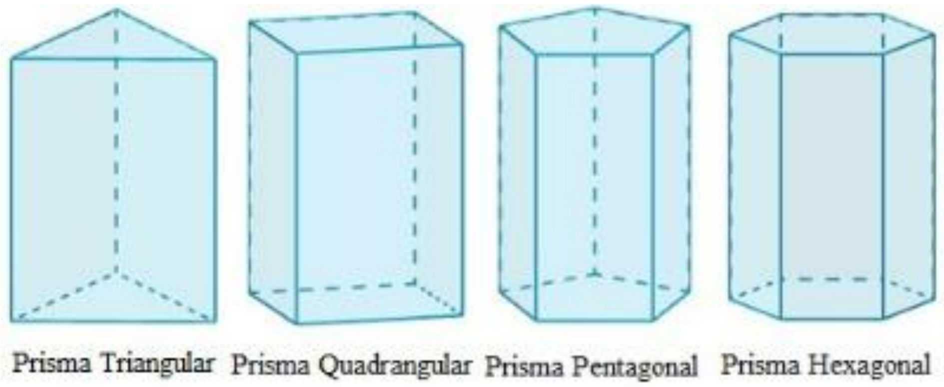


Figura 15: Prismas.

Fonte: https://static.todamateria.com.br/upload/1t/ip/1_tipos_prisma_numero_lados_paint.jpg

- *Paralelepípedo:*

São prismas cujas bases são paralelogramos.

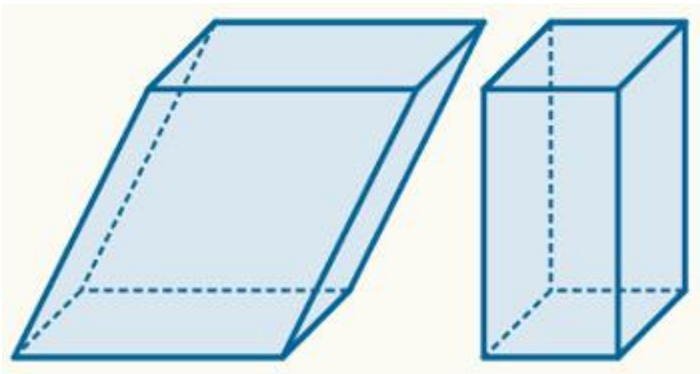


Figura 16: Paralelepípedos.

Fonte: https://alunosonline.uol.com.br/upload/conteudo/images/exemplos-de-paralelepipedos.jpg

Pirâmide

As pirâmides têm base poligonal, apenas um vértice (V) fora da base, suas demais faces são chamadas faces laterais e são triângulos.

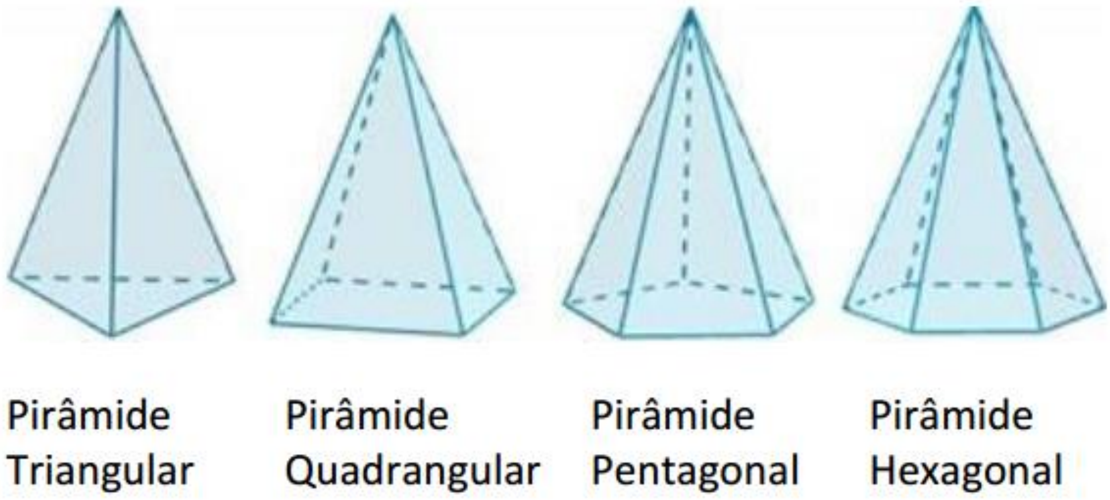


Figura 17: Pirâmides.

Fonte: https://www.mindmeister.com/images/download/26569722

- Se o polígono da base for regular, a pirâmide será chamada *regular*;
- Se o polígono da base for irregular, a pirâmide será chamada *irregular*;

Atividade 8 (20 minutos)

Volume:

O volume de um corpo é a quantidade de espaço ocupada por esse corpo. O volume tem unidades de tamanho cúbicos.

Para calcular o volume de um prisma você deve calcular a área da base e depois multiplicar pela altura do sólido. Sendo assim, temos:

$$V = A_{\text{área da base}} \times h_{\text{altura do sólido}}$$

Para calcular o volume de uma pirâmide você deve calcular a área da base e depois multiplicar pela altura do solido e dividir por 3. Sendo assim, temos:

$$V = \frac{1}{3} A_{\text{área da base}} \times h_{\text{altura do sólido}}$$

Avaliação:

A avaliação ocorrerá de forma contínua por meio da participação, resolução de exercícios/atividades em sala e em casa.

Referências:

DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos da Matemática Elementar**: Geometria espacial. 5. ed. São Paulo: Atual, 1993.

FERREIRA, Lúcia Helena da Cunha; LAUDARES, João Bosco. **Caderno de Oficina com Atividades de Geometria**. Disponível em: <http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20130906155310.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2018.

GAY, Mara Regina Garcia. **Matemática 6**: Araribá Plus. 4. ed. São Paulo: Moderna, 2014.

_____. **Matemática 8**: Araribá Plus. 4. ed. São Paulo: Moderna, 2014.

GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 6º ano. São Paulo: FTD, 2009.

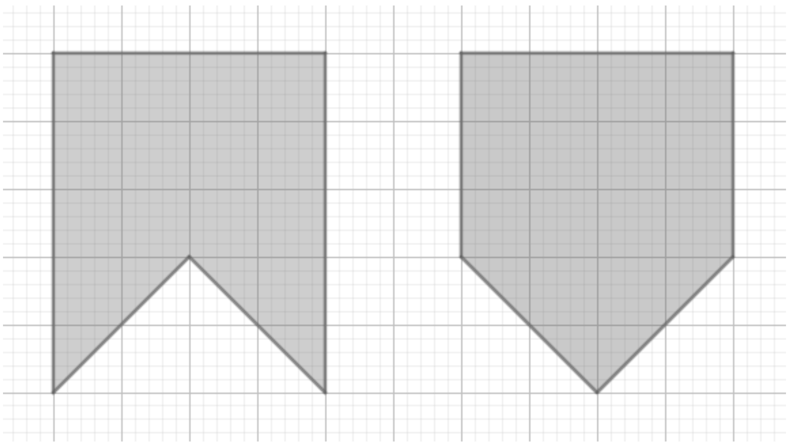
_____ **A conquista da matemática**, 7º ano. São Paulo: FTD, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO; Antonio. **Matemática e realidade**, 6º ano. 6. ed. São Paulo: Atual, 2009.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de saber Matemática 6**. 2. ed. São Paulo: FTD, 2012.

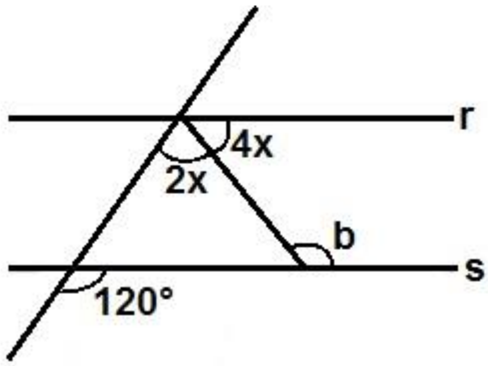
Lista de exercícios – 8º Encontro

1. Considerando que cada quadrinho corresponde a 1 unidade de medida.

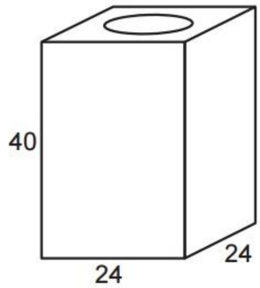


Qual é o perímetro de cada bandeirinha?

2. Sendo *r* e *s* duas retas paralelas, encontre o valor de *x* e *b*.



3. (ENEM 2014) Uma lata de tinta, com a forma de um paralelepípedo retangular reto, tem as dimensões, em centímetros, mostradas na figura.

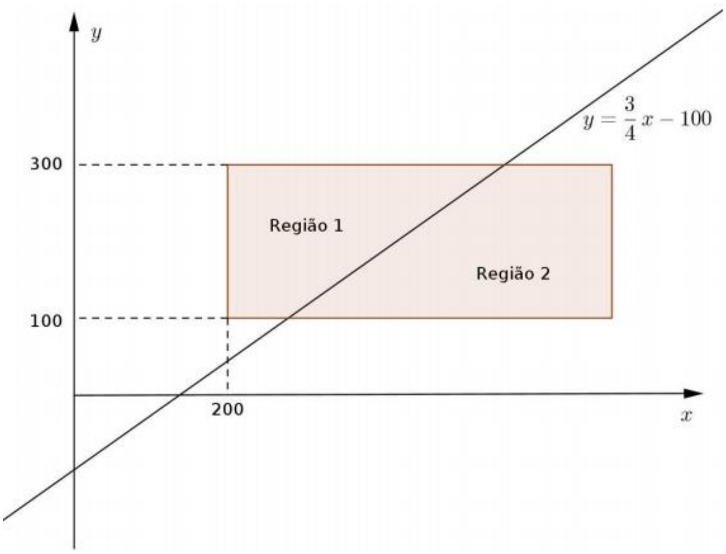


Será produzida uma nova lata, com os mesmos formatos e volume, de tal modo que as dimensões de sua base sejam 25% maiores que as da lata atual. Quanto deve ser reduzido da altura atual da lata, para se obter a altura da nova lata?

4. (ENEM 2015) Para o modelo de um troféu foi escolhido um poliedro P, obtido a partir de cortes nos vértices de um cubo. Com um corte plano em cada um dos cantos do cubo, retira-se o canto, que é um tetraedro de arestas menores do que metade da aresta do cubo. Cada face do poliedro P, então, é pintada usando uma cor distinta das demais faces. Com base nas informações, qual é a quantidade de cores que serão utilizadas na pintura das faces do troféu?

5. Uma empresa especializada em conservação de piscinas utiliza um produto para tratamento da água cujas especificações técnicas sugerem que seja adicionado 1,5 mL desse produto para cada 1 000 L de água da piscina. Essa empresa foi contratada para cuidar de uma piscina de base retangular, de profundidade constante igual a 1,7 m, com largura e comprimento iguais a 3 m e 5 m, respectivamente. O nível da lâmina d'água dessa piscina é mantido a 50 cm da borda da piscina. Qual quantidade desse produto, em mililitro, deve ser adicionada a essa piscina de modo a atender às suas especificações técnicas?

6. (UNIOESTE 2015) Um fazendeiro possui uma área retangular, cuja dimensão menor mede 200 metros, que será cortada por uma linha de transmissão de energia elétrica. Quando se introduz um sistema de coordenadas, conforme a figura abaixo, a equação $y = \frac{3}{4}x - 100$ descreve onde passará a linha de transmissão. Com base nestas informações e na figura abaixo, qual a área de Região 1?



2.5.1.1 Relatório

Relatório de aula PROMAT 30/06/2018

No dia 30 de junho de 2018, sábado, realizamos o oitavo encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 19 alunos, iniciamos a aula retomando as atividades do encontro anterior, para sanar as supostas dúvidas que ficaram. Questionamos os alunos sobre quais exercícios ele encontraram dificuldades em resolver; então, resolvemos esses exercícios no quadro, explicando a estratégia de resolução usada em cada um e socializando outras resoluções alternativas.

Iniciamos o conteúdo deste encontro distribuindo uma atividade impressa sobre polígonos, onde essa consistia em por meio de uma figura, brevemente introduzir o conceito de regularidade de polígonos, nomenclatura e seus ângulos internos, a qual os alunos não encontraram dificuldades em realizar visto familiaridade com o conteúdo. Então formalizamos o conceito de polígonos e prosseguimos para a próxima atividade proposta para a aula.

Após o momento inicial da aula, comentamos sobre ângulos, apresentando a definição, e recorrendo a materiais manipuláveis para maior clareza. Com o recurso do projetor exploramos mais exemplos; em seguida, comentamos sobre os ângulos internos de um triângulo utilizando o *software* Geogebra para elucidar esse tema.

Com o entendimento do conceito de ângulo e polígonos, partimos para uma atividade na qual os alunos deveriam, a partir do número de lados, encontrar a nomenclatura e a soma dos ângulos internos de variados polígonos, organizados em forma de tabela. Esperava-se que ao final da atividade os alunos fossem capazes de montar uma função que relacionasse o número de lados de um polígono com a soma dos seus ângulos internos, e após o encaminhamento dos professores os alunos conseguiram encontrar essa função, gerando em muitos grupos comemoração e euforia após a descoberta da regularidade.

Em seguida apresentando exemplos enunciamos a definição de quadriláteros e trabalhamos com perímetros de polígonos de forma breve. Ao percebermos que os alunos tinham conhecimento acerca do assunto, seguimos para a próxima atividade que abordava o conceito intuitivo de área.

Nesta atividade propusemos aos alunos que encontrassem as fórmulas que permitem calcular a área de diferentes polígonos, com auxílio de uma malha quadriculada, notamos que nas figuras mais usualmente trabalhadas, não houve dificuldades, porém nas figuras menos trabalhadas tradicionalmente, notamos dificuldades para se conseguir encontrar a fórmula para o cálculo da área. Após os grupos terem encontrado a solução formalizamos no quadro com uso de desenhos este conteúdo.

Então iniciamos o conteúdo de poliedros, explorando as embalagens e os sólidos que havíamos trazido. Em seguida os definimos e, fomos descrevendo suas características bem como nomenclatura o tipo de suas faces e definindo também arrestas e vértices. Após enunciarmos os tipos de poliedros, trabalhando com as embalagens que possuíam formas poliedrais, tratamos do conceito de volume de um poliedro, diferenciando a fórmula de cálculo da área de um prisma e de uma pirâmide. Retomamos o conceito de área enfatizando que a área é bidimensional enquanto o volume é tridimensional, buscando na própria sala de aula uma maneira de elucidar isso.

Por fim os alunos resolveram exercícios propostos até o término da aula, agradecemos a presença de todos, e os convidamos para o próximo encontro, o qual, brevemente mencionamos o conteúdo a ser trabalhado.

2.5.2 Plano de aula do dia 07/07/2018

Público-Alvo:

Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral: Compreensão de conceitos da Geometria Plana.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com geometria, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Classificar triângulos;
- Compreender e calcular utilizando o Teorema de Tales;
- Compreender a relação do Teorema de Pitágoras.
- Resolver problemas sobre circunferências e cilindro.

Conteúdo:

Triângulos, Teorema de Pitágoras, Teorema de Tales, Circulo e Cilindro.

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, lápis, material impresso, computador, projetor,

Encaminhamento metodológico:

Iniciaremos a aula retomando as atividades deixadas para casa no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções. Após, iremos iniciar o conteúdo abordando os conhecimentos prévios dos alunos em relação à triângulos, como a identificação e propriedades.

Em seguida, definiremos a classificação dos triângulos de acordo com a medida de seus lados e com as medidas de seus ângulos internos:

Atividade 1 (25 min)

Triângulo Equilátero

Todos os lados congruentes, ou seja, de mesma medida. Logo, os ângulos também possuem a mesma medida.

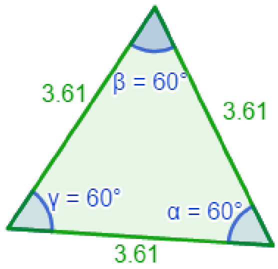


Figura 18: Triângulo Equilátero.

Fonte: Acervo dos autores.

Triângulo Isósceles

Dois lados tem a mesma medida. Possui dois ângulos de mesma medida, sendo esses opostos aos lados de mesma medida.

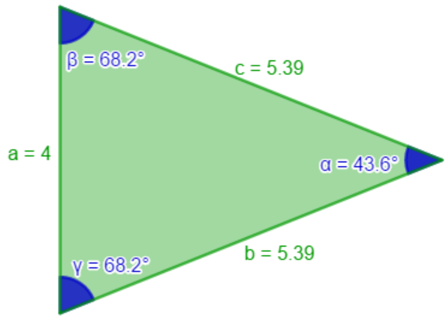


Figura 19: Triângulo Isósceles.

Fonte: Acervo dos autores.

Triângulo Escaleno

Tem três lados de medidas diferentes. Consequentemente possui três ângulos de medidas distintas.

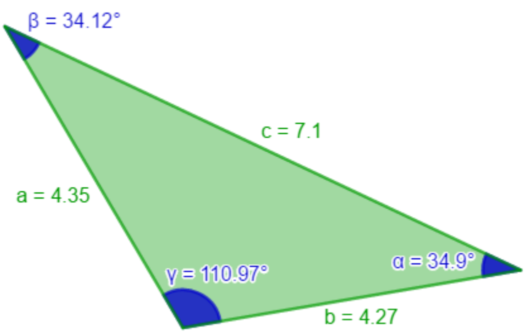


Figura 20: Triângulo Escaleno.

Fonte: Acervo dos autores.

Classificação – Amplitude dos Ângulo

Triângulo Retângulo

Apresenta um ângulo reto (90°), e outros dois agudos.

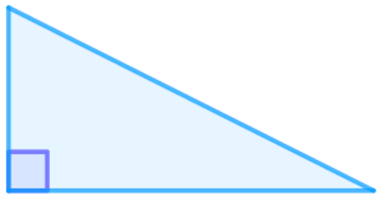


Figura 21: Triângulo Retângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Triângulo Acutângulo

Apresenta os três ângulos agudos.

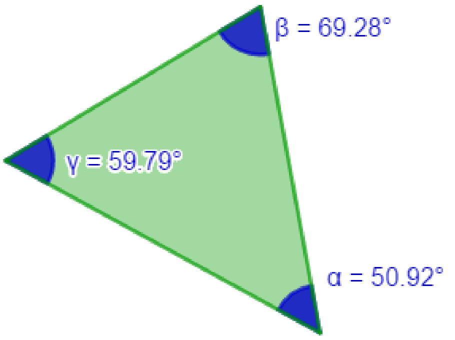


Figura 22: Triângulo Acutângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Triângulo Obtusângulo

Apresenta um ângulo obtuso.

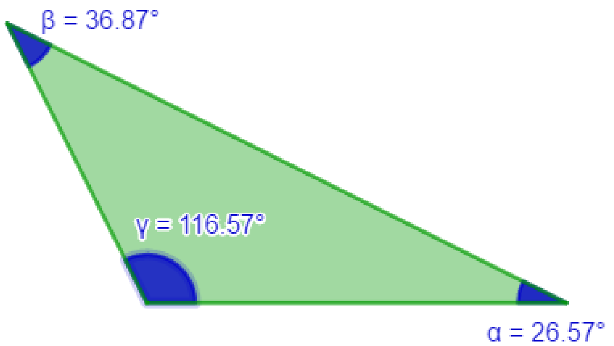


Figura 23: Triângulo Obtusângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Atividade 2 (40 min)

Soma dos ângulos internos e externos de um triângulo.

Com o intuito de elucidar essa propriedade acerca dos ângulos internos e externos de um triângulo trabalharemos com o uso do *software* Geogebra.

Ângulo interno: Para qualquer triângulo temos que a soma dos seus ângulos internos medem 180º.

Ângulo externo: Em todo triângulo, qualquer ângulo externo tem medida igual à soma das medidas dos dois ângulos não adjacentes a ele.

Exercícios:

1) (UEM - 2016) Com base em conhecimentos de Geometria Plana, assinale o que for correto.

01.O quadrado do comprimento do lado maior de um triângulo só é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos demais lados se o ângulo interno oposto ao maior lado é reto.

02. Todo quadrilátero no qual as medidas de todos os lados são as mesmas é um quadrado.

04. A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 360 graus.

08. Todo quadrilátero que é um retângulo é, também, um paralelogramo.

16. Em todo triângulo, a soma dos comprimentos de dois lados é sempre maior do que o comprimento do lado restante.

a) A soma dos itens correspondentes às questões erradas é 10.

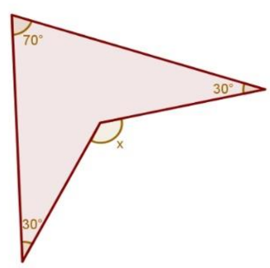
b) A soma dos itens correspondentes às questões corretas é 25.

c) A soma dos itens correspondentes às questões corretas é 22.

d) A soma dos itens correspondentes às questões corretas é 23.

e) A soma dos itens correspondentes às questões corretas é 31

2) Qual é a medida do ângulo representado por x na figura a seguir?



Atividade 3 (40 min)

Cevianas e pontos notáveis de um triângulo.

Mediana: É a ceviana que une um vértice ao meio do lado oposto a ele.

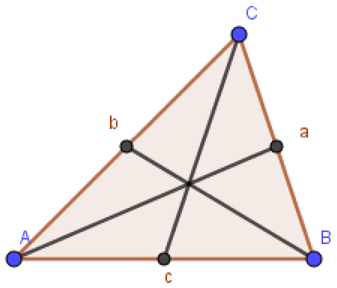


Figura 24: Mediana do triângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Bissetriz: É a ceviana que divide qualquer dos ângulos internos em outros dois ângulos congruentes.

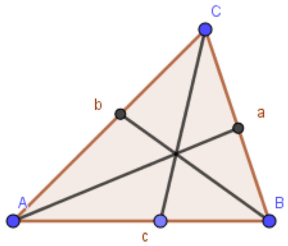


Figura 25: Bissetriz do triângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Mediatriz: É a reta perpendicular ao lado do triângulo, passando pelo ponto médio deste.

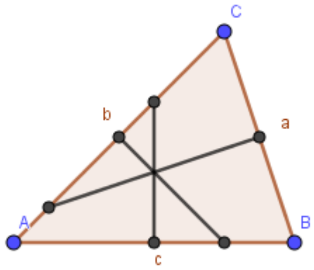


Figura 26: Mediatriz do triângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Altura: É a ceviana com origem em um Vértice e perpendicular ao lado oposto.

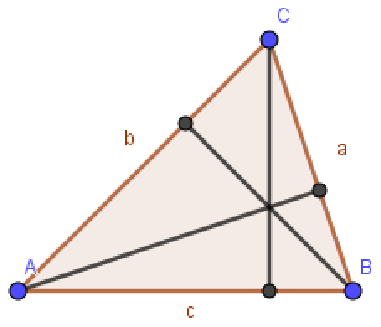
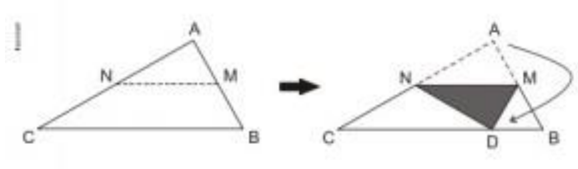


Figura 27: Altura do triângulo.

Fonte: Acervo dos autores.

Exercícios:

1) (Enem PPL) Um professor, ao fazer uma atividade de origami (dobraduras) com seus alunos, pede para que estes dobrem um pedaço de papel em forma triangular, como na figura a seguir, de modo que M e N sejam pontos médios respectivamente de AB e AC, e D, ponto do lado BC, indica a nova posição do vértice A do triângulo ABC. Se ABC é um triângulo qualquer, após a construção, são exemplos de triângulos isósceles os triângulos:



a) CMA e CMB.

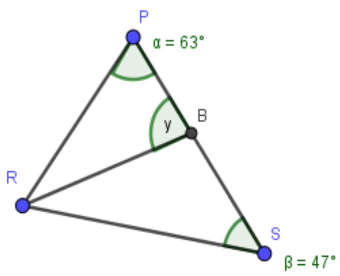
b) CAD e ADB.

c) NAM e NDM.

d) CND e DMB.

e) CND e NDM.

2) No triângulo *PRS*, o segmento *RB* é uma das bissetrizes, e *y* representa uma das medidas em grau.



a) Qual a medida do ângulo *PRS*?

b) Qual a medida do ângulo *PRB*?

c) Qual a medida do ângulo *y*?

Atividade 4 (30 min)

Teorema de Pitágoras

Definição: Em todo triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual a soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos.

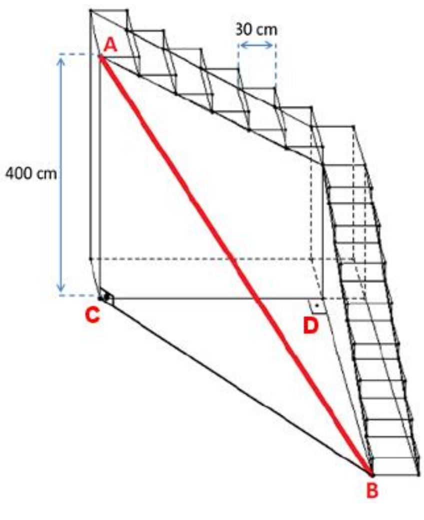
Em termos de notação estabelecida acima, o teorema de Pitágoras afirma que

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Abordaremos esse assunto, se voltando a mostrar aos alunos que a soma das áreas dos quadrados, contruidos sobre os catetos de um triângulo retângulo, possui a mesma área do que o quadrado construido sobre a hipotenusa desse triângulo, por meio do uso do Geogebra.

Exercicios:

1) Para ajudar nas festas juninas de sua cidade, Paulo esticou completamente um fio de bandeirinhas com 3,5 m de comprimento até o topo de um poste com 4,5 m de altura. Sabendo que Paulo tem 1,70 m de altura, a que distância ele ficou do pé do poste?
2) (IFSC/2015) Para acessar o topo de uma plataforma de saltos a 400 cm de altura, um atleta deve subir uma escadaria que possui 8 degraus no primeiro lance e 6 degraus no segundo lance de escada, conforme mostra a figura ao lado. Sabendo que cada degrau possui 30 cm de profundidade, é **CORRETO** afirmar que o comprimento, em cm, da haste metálica AB utilizada para dar sustentação à plataforma é:



Atividade 5 (30 min)

Teorema de Tales

Razão de segmentos: A razão entre dois segmentos é a razão de suas medidas, tomadas na mesma unidade. Dados dois segmentos, $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, a razão entre eles é indicada por $\frac{AB}{CD}$.

Segmentos proporcionais: Se quatro segmentos, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$, formam a proporcão $\frac{AB}{CD} = \frac{MN}{PQ}$ dizemos que $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ são proporcionais a $\overline{MN}$ e $\overline{PQ}$.

Teorema de Tales: Se três ou mais retas paralelas concorrem com duas retas tranversais, então a razão entre dois segmentos de uma mesma transversal é igual a razão entre os segmentos correspondentes da outra tranversal.

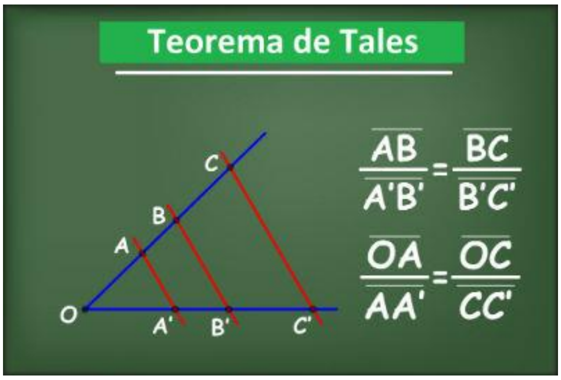


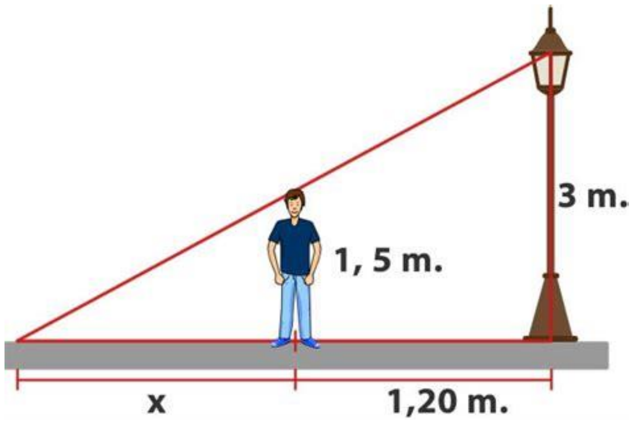
Figura 28: Teorema de Tales.

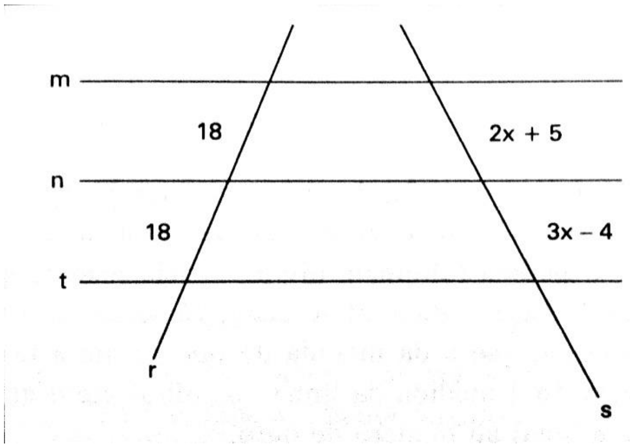
Fonte:

https://www.google.com.br/url?sa=i&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjS5v6Vvbv cAhVGk5AKHTxlBVgQjRx6BAgBEAU&url=https%3A%2F%2Fwww.todamateria.com.br%2Fteorema-de-tales%2F&psig=AOvVaw1t6vWOtPUnCck_WimXLkis&ust=1532650228900908

Exemplos:

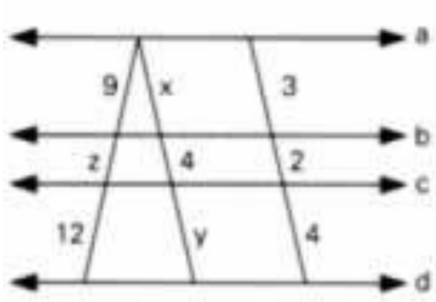
Determine a medida x em cada uma das figuras.





Exercícios:

1) Na figura a seguir temos que a // b // c // d. Aplicando o Teorema de Tales determine os valores de x, z e y.



Atividade 6 (40 min)

Circunferência e Círculo:

Circunferência: é o lugar geométrico dos pontos equidistantes de um ponto fixo chamado centro, todos no mesmo plano.

Círculo: é o conjunto de todos os pontos pertencentes à região interior limitada pela circunferência e os pontos dela própria.

Alguns elementos da circunferência:

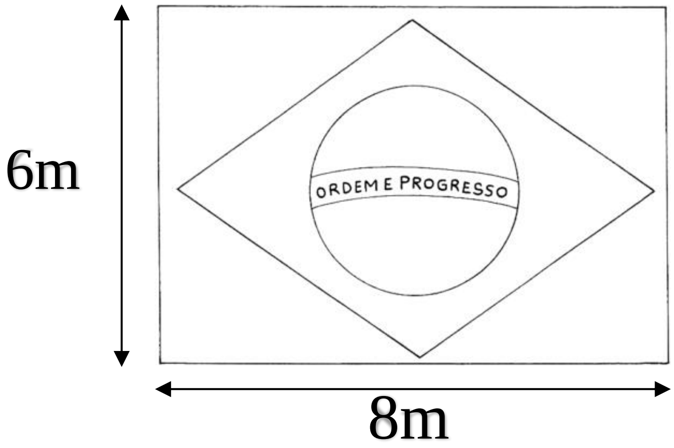
- *Corda*: é um segmento cujas extremidades são dois pontos quaisquer da circunferência;
- *Raio*: é um segmento cujas extremidades são o centro e um ponto qualquer da circunferência;
- *Diâmetro*: é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Área e perímetro

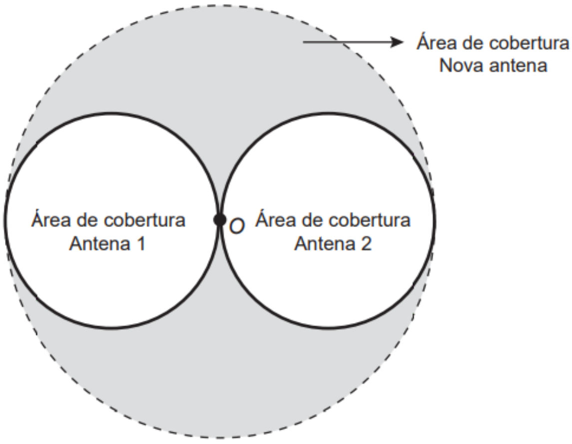
Abordaremos esse assunto com o uso do Geogebra para que o entendimento aconteça de forma concreta aos alunos.

Exercício:

1) Um artista deseja pintar a bandeira do Brasil. Ele irá utilizar as cores da bandeira original (verde, amarelo, azul e branco). Porém, a parte branca da bandeira ele não irá utilizar tinta, pois o tecido já é branco, essa parte corresponde a 2,5 m². Considerando que a diagonal maior do losango é 7,5 m, a menor é 5,8 m e o raio da circunferência é 2m. Ele utiliza 200 mL de tinta para pintar cada m². Quantos mL de cada cor de tinta ele irá utilizar para pintar a bandeira, coloque os valores em ordem crescente. (utilize $\pi = 3$)



2) (ENEM 2015) Uma empresa de telefonia celular possui duas antenas que serão substituídas por uma nova, mais potente. As áreas de cobertura das antenas que serão substituídas são círculos de raio 2 km, cujas circunferências se tangenciam no ponto *O*, como mostra a figura.



O ponto *O* indica a posição da nova antena, e sua região de cobertura será um círculo cuja circunferência tangenciará externamente as circunferências das áreas de cobertura menores. Em quantos quilômetros foi ampliada a medida da área de cobertura com a instalação da nova antena? (use $\pi = 3$)

Cilindro:

Elementos do cilindro:

Bases: São os cilindros congruentes situados sobre os planos paralelos.

Raios: É o raio dos círculos das bases.

Eixo: É a reta que passa pelos centros dos círculos das bases.

Geratrizes: são os segmentos com extremidades sobre as circunferências das bases paralelas ao eixo.

Altura: É a distância entre os planos paralelos.

Área e volume de um cilindro

Área da base: É a medida da área da superfície da base.

$$A_b = \pi \cdot r^2$$

Área da lateral: É a área da superfície do retângulo de base $2\pi \cdot r$ e altura h.

$$A_l = 2\pi \cdot r \cdot h$$

Área total: Á área total será soma da área lateral e da base.

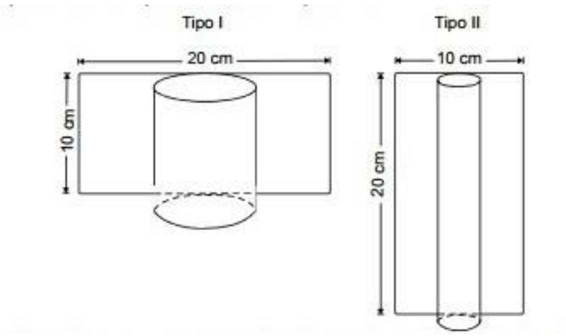
$$A_t = A_b + A_l$$

Volume: O volume pode ser obtido pelo produto da medida da área da superfície da base pela medida da altura.

$$V = A_b \cdot h$$

Exercícios:

1) (Acafe-SC) Um recipiente cilíndrico, de 48 cm de altura e 12 cm de raio da base, está completamente cheio de líquido. O conteúdo desse cilindro deve ser distribuído em outros potes cilíndricos, menores, com altura igual a $\frac{1}{2}$ e raio da base igual a $\frac{1}{3}$ do recipiente anterior. O número de potes necessários para distribuir todo liquido é?
2) Uma artesã confecciona dois diferentes tipos de vela ornamental a partir de moldes feitos com cartões de papel retangulares de 20 cm x 10 cm (conforme ilustram as figuras abaixo). Unindo dois lados opostos do cartão, de duas maneiras, a artesã forma cilindros e, em seguida, os preenche completamente com parafina. Supondo-se que o custo da vela seja diretamente proporcional ao volume de parafina empregado qual o custo da vela do tipo I, em relação ao custo da vela do tipo II.



Avaliação:

A avaliação ocorrerá de forma continua por meio da participação, resolução de exercícios em sala e em casa.

Referências:

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando matemática 8**. 3. ed. São Paulo: Brasil, 2012.

GIOVANNI JUNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**, 7º ano. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; DEGENSZAJN, David; PÉRIGO, Roberto; ALMEIDA, Nilce de. **Matemática**: ciência e aplicações. 1ª série E.M.. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO; Antonio. **Matemática e realidade**, 6º ano. 8. ed. São Paulo: Atual, 2009.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO; Antonio. **Matemática e realidade**, 8ª s. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

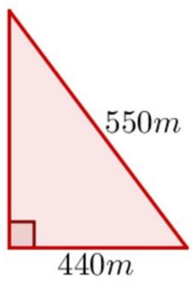
PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva 1.** 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

Teorema de Tales. Disponível em: <https://profefily.com/geometria-y-trigonometria/triangulos/teorema-de-tales/>. Acesso em: 20 jun. 2018.

Teorema de Tales. Disponível em: <https://matesadistancia.wordpress.com/2015/05/09/teorema-de-tales/>. Acesso em: 20 jun. 2018.

Lista de exercícios – 9º Encontro

1) Deseja-se cercar uma mata, onde será criada uma área de preservação ambiental, com forma triangular. Para tanto, foi feito um mapa com as seguintes anotações:

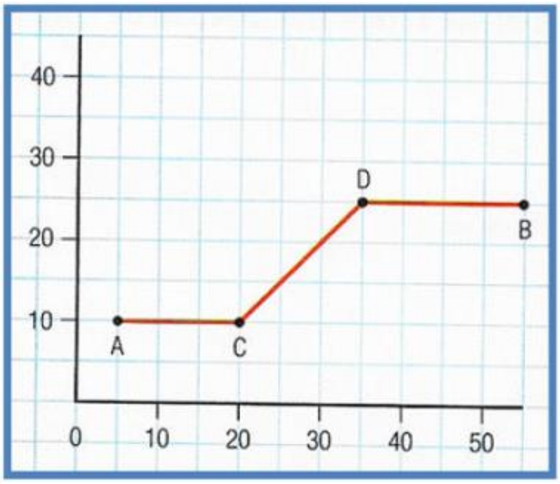


Sabendo que a cerca custará, por metro, R$ 32,00, quanto será gasto para construí-la?

2) A distância entre os muros laterais de um lote retangular é exatamente 12 metros. Sabendo que uma diagonal desse lote mede 20 metros, qual é a medida do portão até o muro do fundo?

3) (IFSP - 2015) O transporte alternativo é uma maneira de se locomover usando um meio diferente dos mais tradicionais. A bicicleta é um exemplo disso. Em alguns lugares, ela é usada porque é mais barata, como no interior do Brasil e em países como a Índia e China. Outras pessoas escolhem andar de bicicleta por uma questão ideológica, porque elas não agridem o meio ambiente e não causam

tantos transtornos quanto os carros. Usando uma bicicleta, uma pessoa sai do ponto A e se dirige ao ponto B. O percurso, dado em km, representado pelos segmentos AC, CD e DB está esboçado no gráfico abaixo.



Considerando $\sqrt{2} = 1{,}4$, encontre a distância percorrida pela pessoa do ponto A ao ponto B.

4) (UEM-PR) Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 m. Um atleta treinando nessa pista deseja correr 10 km diariamente. Determine o número mínimo de voltas completas que ele deve dar nessa pista a cada dia.

2.5.2.1 Relatório

Relatório de aula PROMAT 07/07/2018.

No dia sete de julho de 2018, sábado, realizamos o nono encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 21 alunos. Iniciamos a aula retomando as atividades entregues no encontro anterior, relacionadas à geometria plana e espacial. Resolvemos as questões nas quais encontraram mais dificuldades no quadro, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções, em especial uma questão do vestibular da UNIOESTE 2015, a qual abordava área, mas envolvia ainda função do primeiro grau, havia mais de uma forma de olhar para a solução da área procurada, podendo ser vista como sendo um trapézio ou um retângulo somado a um triângulo.

Em seguida, iniciamos o conteúdo do encontro com a classificação dos triângulos referente as medidas de seus lados e a classificação referente a amplitude de seus ângulos. Os estudantes foram interativos e participativos, denominando os diferentes triângulos projetados. Em seguida foi apresentado, por meio do *software* Geogebra, a soma dos ângulos internos de um triângulo e a relação dos ângulos externos.

Neste momento solicitamos que resolvessem o primeiro e o segundo exercício da lista entregue. O primeiro tratava de uma questão do vestibular da UEM 2016, o qual apresentava algumas definições referentes à geometria plana e a resposta seria a soma da numeração dos itens corretos. Os estudantes apresentaram mais confiança para nos chamar para explicações específicas de conceitos que não ficaram claros e, que eram necessários para a resolução. O segundo possuía uma figura na qual se deveria encontrar o ângulo *x*; esse exercício gerou quatro resoluções distintas, então solicitamos que fossem ao quadro expor suas formas de resolução. Tivemos, com um pouco de insistência, três voluntários.

Nesse momento falamos sobre cevianas e pontos notáveis de um triângulo (vértice, ponto médio do lado, mediana, bissetriz, mediatriz, altura interna e externa). Em seguida eles resolveram os exercícios três e quatro da lista. No exercício três eles deveriam identificar os triângulos isósceles formados a partir da figura da dobra de um origami. O quatro apresentava um triângulo com uma bissetriz e com valor de dois ângulos então eles deveriam calcular alguns ângulos referente ao triângulo total e os formados pela bissetriz. Enquanto isso circulávamos entre os grupos auxiliando-os na resolução. Após todos terem resolvido projetamos as imagem e fizemos a correção e algumas colocações necessárias coletivamente e, pudemos observar algumas dificuldades na interpretação da notação adotada, exemplo: “Qual a medida do ângulo PRS?” o estudante estava somando os ângulos referentes aos vértices P, R e S.

Posteriormente apresentamos a definição formal do *Teorema de Pitágoras*, novamente com o uso de uma “animação” no *software* Geogebra mostramos que “A soma das áreas dos quadrados, construídos sobre os catetos de um triângulo retângulo, possui a mesma área que o quadrado construído sobre a hipotenusa desse triângulo.” Em seguida falamos sobre o *Teorema de Tales* e fizemos dois exemplos no quadro, sempre havendo participação e explorando as dúvidas dos estudantes acerca do assunto tratado nos diversos momentos da aula.

Na continuidade da aula foi a vez de explicar sobre circunferência e círculo, difenciando-os e apresentando seus elementos. Por meio de uma “animação” do *software* Geogebra falamos sobre perímetro e área do círculo e apresentamos diferentes formas de dedução da área.

A partir disso falamos sobre cilindro, seus elementos (bases, raios, eixo, geratrizes e altura), sua área e fórmulas específicas para calcular cada parte (área da base, área lateral e área total) e também sobre a fórmula para calcular seu volume.

Após isso solicitamos que resolvessem os demais exercícios das listas, enquanto circulávamos entre os grupos buscando sanar todas as dúvidas existentes, podendo observar a colaboração e o compartilhamento entre colegas de grupo durante as resoluções.

Então solucionamos coletivamente alguns exercícios no quadro, com a constante participação da turma, eles falavam da carteira os passos feitos na resolução e nós formalizávamos no quadro, fazendo alguns comentários necessários.

Por fim, entregamos a lista de exercícios, visando a fixação do conteúdo abordado para ser resolvida em casa, agradecemos a presença de todos, desejamos uma ótima semana e afirmamos que esperávamos todos para o nosso último encontro, no próximo sábado.

2.5.3 Plano de aula do dia 14/07/2018

Público-Alvo:

Alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública de Ensino - NRE CASCAVEL, inscritos no projeto.

Tempo de execução:

Um encontro com duração de 4 horas.

Objetivo Geral: Relembrar e fixar conceitos já trabalhados nos encontros anteriores de forma dinâmica e lúdica.

Objetivos Específicos:

Ao se trabalhar com funções, conjuntos, operações básicas, frações e geometria, objetiva-se que o aluno seja capaz de:

- Fixar os conceitos trabalhados nos encontros anteriores.
- Utilizar jogos e atividades lúdicas para compreender os conceitos de funções, conjuntos, operações básicas, geometria e frações.

Conteúdo:

Funções, conjuntos, operações básicas, geometria, frações.

Recursos Didáticos:

Quadro, giz, lápis, computador, projetor, material impresso (jogos confeccionados).

Encaminhamento metodológico:

Ao início da aula, iremos retomar as atividades entregues no encontro anterior, sanando as dúvidas e discutindo as diversas resoluções.

Neste encontro, iremos realizar uma série de jogos matemáticos, como intuito de que os alunos relembrem os conceitos já trabalhados, de uma forma lúdica e divertida.

ATIVIDADE 1:

Jogo: Dorminhoco matemático

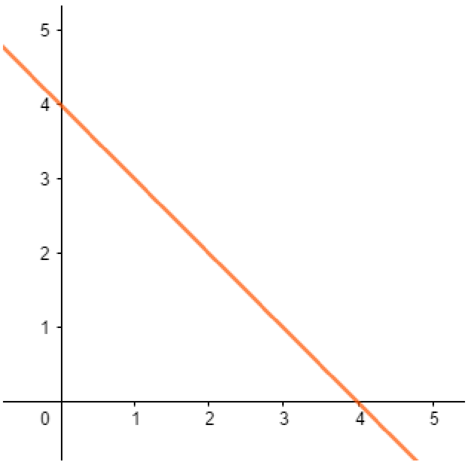
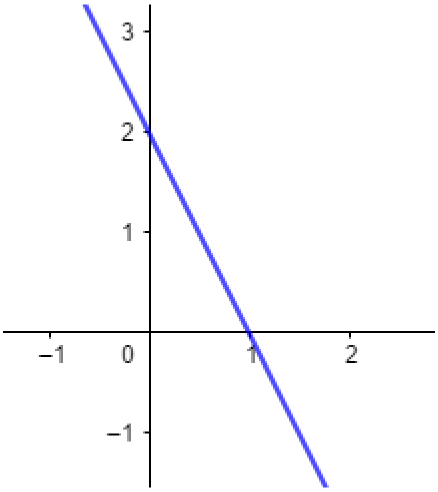
Objetivos:

- Calcular corretamente os zeros das funções do 1° e 2° grau;
- Reconhecer os gráficos das funções.

Regras do jogo:

Os alunos permanecerão em grupos de quatro elementos.

Esse é um jogo de 13 cartas no qual primeiramente as cartas são embaralhadas e depois divididas e distribuídas entre os participantes. Todos os alunos do grupo receberão três cartas e um receberá quatro cartas. Em cada carta tem uma função, um zero da função e a representação de um gráfico, e uma das cartas tem a palavra “Dorminhoco”. Quem recebe esta carta tem que ficar uma rodada com ela. No momento que os alunos recebem as cartas (três alunos vão receber 3 cartas e um receberá 4 cartas) devem analisar se a função, os zeros e o gráfico estão corretos. Quando o trio correto estiver formado deve-se abaixar as cartas, o último que o fizer, perde e, é o dorminhoco.

	$y = -x + 4$	Raiz: 4
	$y = -2x + 2$	Raiz: 1

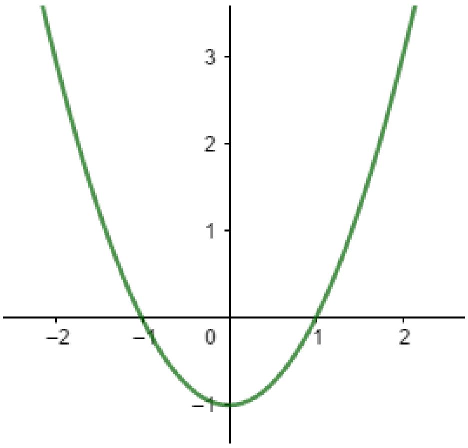
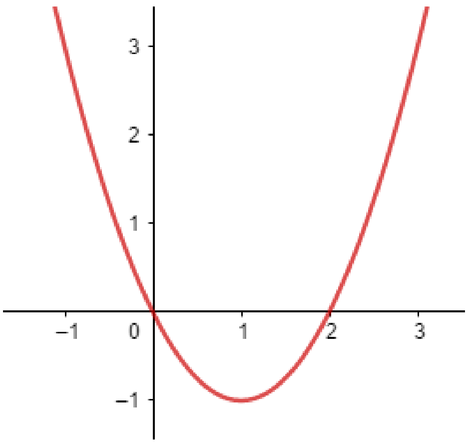
	$y = x^2 - 1$	Raízes: 1 e -1
	$y = x^2 - 2x$	Raízes: 0 e 2

Tabela 4: Cartas do jogo dorminhoco.

Fonte: Acervo dos autores.

ATIVIDADE 2:

Jogo da memória

Este é um jogo da memória tradicional com as 36 cartas adaptadas para os objetivos propostos. As peças que compõem um par de peças não são iguais, mas apresentam um relacionamento entre elas.

Por exemplo:

- Peça 1- figura geométrica
- Peça 2- nome ou característica

REGRAS DO JOGO

- As peças são colocadas numa forma matricial (linhas e colunas);

- Cada jogador, na sua vez, vira duas peças. Se as peças compuserem um par deverão ser retiradas e, deixadas ao lado do jogador viradas para cima;
- O jogador que encontrar um par poderá jogar novamente.
- Quem obtiver o maior número de pares será o vencedor.

Figura 29: Jogo da memória.

Fonte: Criação de jogos didáticos no ensino da geometria.

ATIVIDADE 3:

<u>*Dominó de frações:*</u>

Nessa atividade temos o dominó das frações, que segue as regras do tradicional dominó, porém no lugar dos números comuns temos de um lado a ilustração de frações e do outro a representação numérica da fração. Cada aluno recebe 7 peças, e lança-se o dado para decidir quem começa.

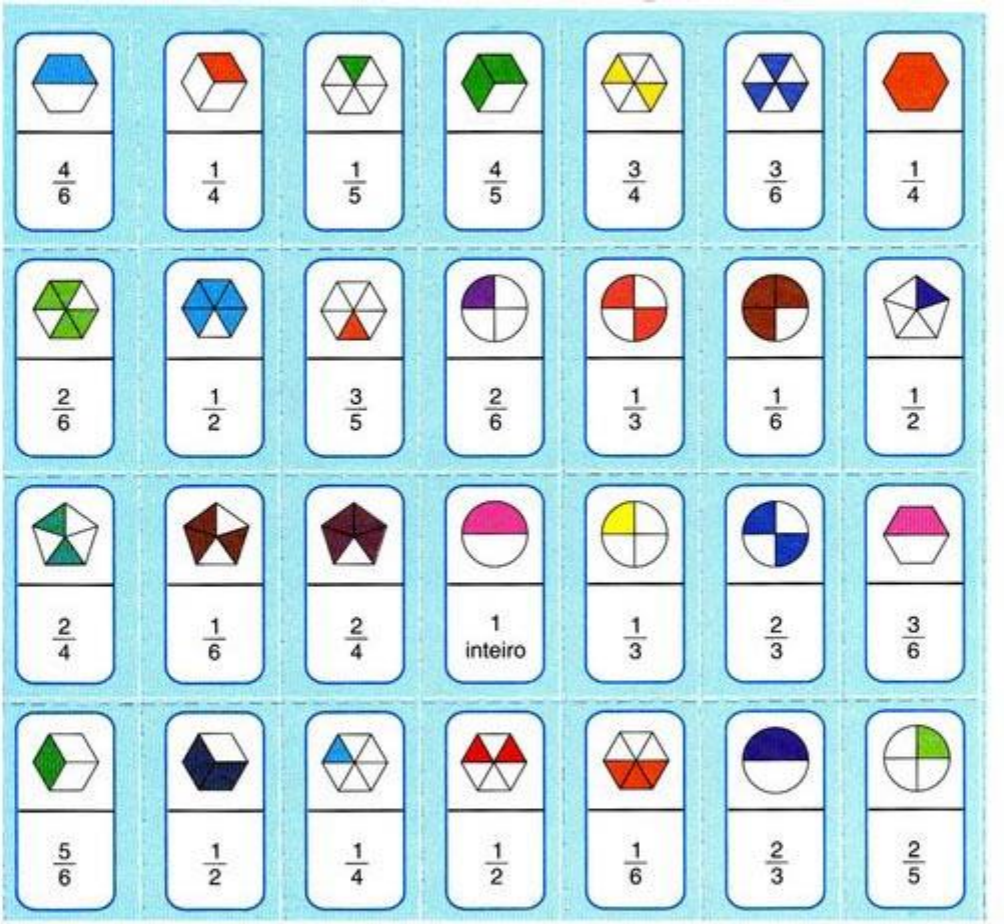


Figura 30: Dominó.

Fonte: http://jogossignificativos.blogspot.com/2013/04/trabalhar-fracoes-com-turminha-de-forma.html

ATIVIDADE 4:

<u>*Jogo das 4 operações:*</u>

Peças: Tabuleiro, três dados (seis lados), relatório (folha A4).

O jogo consiste em um tabuleiro no qual são possíveis jogar 5 pessoas. Cada jogador deve escolher uma cor para si. Dando início ao jogo: Para entrar no jogo, ou seja, avançar a casa “0”, o jogador lança os três dados. Usando os três números que foram tirados, o jogador deve utilizar as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), de modo que o resultado dos três dados seja 0. Se o jogador conseguir realizar as operações de modo que o resultado seja 0, então, o mesmo jogador lança novamente os três dados, de modo a conseguir o número 1. Se, após um minuto, o jogador não conseguir obter o resultado da próxima casa (no tabuleiro os números estarão dispostos em ordem crescente de 0 a 5), o mesmo deve passar sua vez. Assim o jogo segue até que um jogador chegue à casa de número 5.

Avaliação:

A avaliação ocorrerá de forma contínua por meio da observação da participação nas atividades propostas.

Referências:

DOMINÓ DAS FRAÇÕES. Disponível em: <http://jogossignificativos.blogspot.com/2013/04/trabalhar-fracoes-com-turminha-de-forma.html>. Acesso em: 12 jul. 2018.

FLEMMING, Diva Marília. Série Educação Inovadora: **Criação de jogos didáticos no ensino da geometria.** Relatório de pesquisa. Florianópolis, 2014.

PSICOPEDAGOGIA EM AÇÃO. Jogos matemáticos! Disponível em: <http://psicopedagogialudica.blogspot.com.br/p/matematica-co-jogos.html>. Acesso em: 14 abr. 2018.

BORBA, Fabiana Machado de. **Jogos matemáticos para o ensino de função.** Universidade Luterana do Brasil. Relatório de pesquisa. Canoas, 2008.

2.5.3.1 Relatório

Relatório de aula PROMAT 14/07/2018.

No dia 14 de julho de 2018, sábado, realizamos o décimo encontro do PROMAT na UNIOESTE, Cascavel. Estavam presentes 16 alunos. Iniciamos a aula questionando os alunos, sobre as atividades que ficaram para eles resolverem em casa. Os mesmos disseram que não tinham dúvidas sobre os exercícios e que conseguiram resolver todos. Então, demos início as atividades previstas para o décimo encontro.

Para esse encontro, preparamos jogos, alguns deles já estavam previstos para outros encontros, mas devido à ausência de tempo, não conseguimos realizá-lo.

Entregamos, então, o primeiro jogo, que é uma adaptação do jogo "Dorminhoco". As cartas do jogo são de três tipos, algumas tem o gráfico da função, outras a lei de formação e as outras as raízes da função. O objetivo era reunir as três cartas, que correspondessem a mesma função. Os alunos não tiveram dificuldades para entender o desenvolvimento do jogo, assim conseguiram jogar com facilidade. Em alguns grupos, como já era previsto, o jogo demorou um pouco mais para terminar, pois, dependia, além do conhecimento, de sorte. Acreditamos que os alunos gostaram, pois estavam empenhados e se divertindo conforme o jogo se desenvolvia.

Após, entregamos o segundo jogo, que é uma adaptação do tradicional Dominó, porém, esse era um dominó de frações. Nosso intuito com esse jogo, era que os alunos relembrassem alguns conceitos sobre frações, como frações equivalentes. Alguns grupos tiveram dificuldades para desenvolver o jogo, pois não lembravam mais esses conceitos, mas nós fomos auxiliando-os e todos conseguiram jogar. Os alunos demonstraram interesse e espírito competitivo, assim pudemos perceber que eles gostaram da atividade proposta.

A terceira atividade foi o "jogo das quatro operações". Nesse jogo os alunos lançavam três dados e usando os três números que foram tirados, utilizar as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), de modo que o resultado dos três dados desse 0, depois o número 1, e assim sucessivamente até o final do tabuleiro. Essa atividade foi utilizada para relembrar as operações básicas, pois, alguns alunos demonstraram algumas dificuldades nelas, no decorrer dos encontros.

Era nítido o interesse dos alunos, favorecendo assim o espírito competitivo. Alguns grupos mudaram as regras, optaram por utilizar mais operações, além das operações básicas, como potência e radiciação. Nós os auxiliamos quando necessário, porém isso aconteceu poucas vezes, visto que os alunos estavam todos engajados na competição e não apresentavam muitas dificuldades com as operações.

A última atividade foi um jogo da memória, no qual metade das cartas eram imagens e a outra metade frases e/ou características das imagens. O objetivo era que os alunos conseguissem formar as duplas corretamente. O conteúdo abordado nesse jogo foi geometria. Mais uma vez os alunos demonstraram interesse e empenharam-se para a realização do jogo.

Ao final agradecemos a todos pela participação nos dez encontros realizados, enfatizamos a importância deles na nossa formação acadêmica e pedimos desculpas por quaisquer erros cometidos, durante o processo de ensino-aprendizagem, reforçando a ideia de que esses encontros foram uma troca de ensinamentos, pois, nós também aprendemos com eles e esperamos que eles tenham aprendido conosco.

2.6 PROMAT - Considerações

O PROMAT como esperado foi de grande importância no que se diz a experiência em sala de aula, nos proporcionando a oportunidade de ter o primeiro contato com uma turma no papel de professor, nos permitndo muito aprendizado e reafirmando a vontade de sermos educadores.

Possuíamos em mente a preocupação com a aprendizagem dos alunos, os quais, possuíam dificuldades em diversos conteúdos matemáticos e viam a matemática como algo abstrato e longe de sua realidade. Para contrapor isso propomos aulas em grupos para que houvesse a troca de conhecimento entre os alunos.

Para elucidar o conteúdo matemático buscamos sempre exercícios que acreditávamos condizerem com a vivência dos alunos, para que eles vejam a aplicação da matemática no cotidiano, além de atividades de investigação matemática e a realização de jogos, o que acreditamos tornou os conteúdos menos inóspitos aos alunos quebrando essa barreira presente no aprendizado matemático.

Houve enorme participação dos alunos durante a realização do PROMAT, sendo que esses participavam ativamente das aulas, gerando discussões sobre conteúdos o que foi bem proveitoso para definir conceitos. Em diversas oportunidades, havia a exposição das resoluções dos alunos em que eles iam ao quadro e comentavam sobre sua estratégia de resolução, sendo isso favorável a aula, pois, nos munia de diversas resoluções para um mesmo exercício, mostrando que não há só uma forma de resolver um exercício, e que cada aluno pensa de forma diferente, nos levando a estar preparados para diferentes possibilidades em uma sala de aula.

Durante o PROMAT, crescemos amplamente no âmbito profissional e pessoal. para nós o crescimento pessoal foi extremamente importante, pois esse está diretamente ligado com nosso lado profissional. Consideramos que um professor, antes de trabalhar com conteúdos sobre sua disciplina, realiza um trabalho com pessoas, as quais são únicas, cada pessoa tem sua personalidade e modo de agir, precisa ser respeitada e valorizada integralmente.

Acreditamos que cumprimos com objetivo proposto para o PROMAT. Por meio dos depoimentos e observações, pudemos perceber que os alunos compreenderam os conteúdos abordados nos dez encontros. Ao longo do projeto desenvolvemos paulatinamente a capacidade de perceber as dificuldades dos alunos, mesmo que eles não nos questionassem sobre o conteúdo, agíamos de forma a esclarecer incompreensões e sanar as dúvidas.

Durante todos os encontros do PROMAT os alunos foram organizados em grupos de quatro elementos. Habitualmente, aos sábados, abríamos a sala e organizávamos as carteiras formando quartetos. Assim, quando os alunos chegavam a disposição favorecia o agrupamento. Ficou evidente para nós que a possibilidade da prática pedagógica ser realizada em grupo é muito enriquecedora, pois, possibilita um maior contato entre os alunos, favorece o esclarecimento de dúvidas, permite a socialização de resoluções e estratégias alternativas, naturalmente entre colegas, elevando, dessa forma, a qualidade da aula, diminuindo assim as dúvidas restantes.

Por fim, podemos enaltecer a importância do PROMAT para nossa formação e crescimento profissional, o qual nos forneceu experiências que nos auxiliaram em nossa atuação como educadores de matemática.

3 PROJETO DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA

DIA NACIONAL DA MATEMÁTICA:

Projeto de atividades desenvolvidas no Dia Nacional da Matemática para a disciplina Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, aplicado no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli.
Professora Arleni Elise Sella Langer.

Cascavel
2018

3.1 INTRODUÇÃO

Este projeto tem por objetivo descrever as atividades a serem desenvolvidas em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, elaborado como trabalho complementar da disciplina de Metodologia e Prática de Ensino de Matemática – Estágio Supervisionado I, do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Oeste do Paraná.

Segundo D'Ambrosio (s.d., p. 1), "há um risco de desaparecimento da Matemática, como vem sendo praticada atualmente no currículo, como disciplina autônoma dos sistemas escolares, pois ela se mostra, na sua maior parte, obsoleta, inútil e desinteressante". Refletindo sobre esta realidade tão presente nas escolas, é importante que além da preocupação por parte dos educadores em reverter esta situação, sejam elaborados novos projetos de ensino e metodologias inovadoras para trabalhar a matemática de forma mais significativa, resgatando sua essência e relacionando-a com a vivência do aluno.

Em vista desta necessidade de inovação, o Dia Nacional da Matemática pode ser uma excelente oportunidade para divulgar novas ideias e estimular a implantação de novas práticas de ensino por meio da utilização de jogos, mídias e de sua contextualização.

O projeto baseia-se em elaboração e aplicação de atividades diferenciadas envolvendo a matemática, para as turmas dos 7ºs e 8ºs anos do período matutino e vespertino. As atividades neste descritas serão desenvolvidas no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli e têm por finalidade divulgar o Dia Nacional da Matemática, bem como seus motivos, além de promover o interesse dos alunos pela disciplina por meio de atividades diferenciadas. Foram organizadas em etapas nas quais se inclui a apresentação do projeto e história de Malba Tahan, um problema de Malba Tahan que eles deverão solucionar e um circuito de jogos matemáticos entre os quais estão clássicos como Tangram e Torre de Hanói.

A elaboração deste justifica-se pela necessidade de atualizar os modelos de ensino vigentes buscando resgatar o interesse, cada vez mais escasso, dos alunos pela matemática. Além disto, pretende-se divulgar o dia seis de maio como o Dia Nacional da Matemática, apresentando a lei n° 12.835, sancionada em 26 de junho de 2013, que instituiu oficialmente esta data e a relação deste dia com a história de

Malba Tahan. Vale ressaltar que a realização deste projeto estava prevista para o dia seis de maio, em alusão ao Dia Nacional da Matemática.
No entanto essa data foi um domingo e em acordo com a escola pretendemos realizá-la em 23 de maio próximo, quarta-feira.

3.2 OBJETIVOS

3.2.1 OBJETIVOS GERAIS

- Divulgar o Dia Nacional da Matemática e promover a integração dos alunos.
- Elencar fatos históricos importantes, estimulando os alunos a relacionar a história da matemática com sua aplicação na atualidade.
- Incentivar o interesse dos alunos pela matemática.
- Realizar atividades lúdicas e dinâmicas envolvendo conteúdos de matemática;

3.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Com a realização do projeto em questão, pretende-se que os alunos possam

- Obter o conhecimento da existência do Dia Nacional da Matemática, da lei federal que o rege e a relação desta data com a história de Malba Tahan;
- Conhecer um pouco da história de Malba Tahan e suas publicações, bem como seus principais contos e livros;
- Ver que a matemática não é um sistema rígido, abstrato e predeterminado, com poucas ligações com o mundo real;
- Aplicar conhecimentos previamente apropriados de uma forma não rotineira;
- Ter um momento de recreação, trabalhando a matemática de forma divertida e interessante.

3.3 METODOLOGIA

ETAPA 1 (Apresentação do Projeto):

Para iniciar, formaremos um semicírculo para que os estudantes ouçam uma explicação prévia a respeito da comemoração do Dia Nacional da Matemática, a fim de que entendam a importância desta data como motivo principal da realização deste projeto.

Então indagaremos os alunos para saber se eles têm conhecimento a respeito desta data e de sua história. Após tramitar por muito tempo no Congresso Nacional um projeto de lei foi finalmente sancionado em 26 de junho de 2013 sob o n° 12.835. Essa lei instituiu oficialmente o dia seis de maio, data de nascimento do matemático, escritor e educador Malba Tahan, como Dia Nacional da Matemática. O objetivo da criação desta lei é incentivar a promoção de atividades educativas e culturais alusivas à referida data.

O Dia da matemática é uma data comemorada informalmente há muitos anos pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática, SBEM. Esta data foi escolhida em homenagem ao matemático, escritor e educador brasileiro Júlio Cezar de Mello de Souza, mais conhecido como Malba Tahan, que nasceu no dia 06 de maio de 1895, no Rio de Janeiro. Júlio Cezar de Mello Souza começou a lecionar quando tinha apenas 18 anos. Formou-se em Engenharia Civil, mas devido ao seu grande amor pela escrita e pela matemática nunca exerceu está profissão, atuando como professor. Júlio juntou suas duas grandes paixões e começou a escrever histórias que envolviam matemática e publicou-as em um jornal local usando um pseudônimo para assinar suas obras, por ter medo de não serem aceitas pela sociedade em geral.

Júlio Cezar era um grande admirador da cultura árabe, e por este motivo, passou a incluí-la em suas obras e escolheu usar um pseudônimo árabe também: Ali Iezid Izz-Edim Ibn Salim Hank Malba Tahan. Após ter escrito diversos contos assinados com este pseudônimo, finalmente, em 1925, Júlio pode lançar seu primeiro livro: contos de Malba Tahan. Com a fama desta obra, em 1933 Júlio foi reconhecido como o verdadeiro autor do livro.

Malba Tahan publicou 120 livros, dos quais 51 são voltados à matemática. Em suas obras conseguiu expor o conteúdo matemático em histórias envolventes, constituídas de enigmas e desafios, tornando-os sempre aventuras divertidas e empolgantes. Malba Tahan conseguiu transmitir a matemática de forma memorável. É inegável que ele, tendo aliado suas duas paixões: a matemática e a escrita, obteve um sucesso tremendo, de forma que até o dia de sua morte já havia vendido mais de um milhão de seus livros. Seu livro mais famoso, “O homem que Calculava”, tornou-se um *Best-seller* e até hoje é muito atrativo para as novas gerações.

O tempo previsto para esta atividade introdutória é de aproximadamente 10 minutos. Ao fim da atividade, será aberto um espaço para esclarecimento de possíveis dúvidas e perguntas dos estudantes sobre o assunto abordado. Em seguida, os alunos serão acompanhados até um local com mais espaço (saguão ou quadra) disponibilizado pela escola para a realização das atividades. A turma será então dividida em grupos por afinidade ou os participantes serão identificados pela contagem dos alunos sendo que cada aluno terá um número e serão reunidos aqueles com números iguais em quatro grupos. Os grupos serão identificados por um pedaço de Tecido Não Tecido, TNT, que será distribuído aos participantes nas seguintes cores bordô, amarelo, verde e rosa.

ETAPA 2

Os 21 vasos.

Este problema é baseado em uma passagem do livro “O Homem que Calculava”, de Malba Tahan. Disse o xeque, apontando para os três muçulmanos: - Aqui estão, ó Calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora um dos problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: - Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo: sete cheios. sete meio cheios. sete vazios. Querem, agora, dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade, a meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó Calculista, obter a solução para este problema? Então... Como você faria a divisão sem suposições de litragem e sem mexer no conteúdo dos vasos?

Solução. A divisão dos 21 vasos pode ser feita sem grandes cálculos e apresenta duas soluções: Solução 01: um criador de carneiros deve receber três vasos cheios, um meio cheio e três vazios. Os outros dois devem receber dois vasos cheios, três meio cheios e dois vazios. Solução 02: um criador de carneiros deve receber um vaso cheio, cinco meio cheios e um vazio. Os outros dois devem receber três vasos cheios, um meio cheio e três vazios

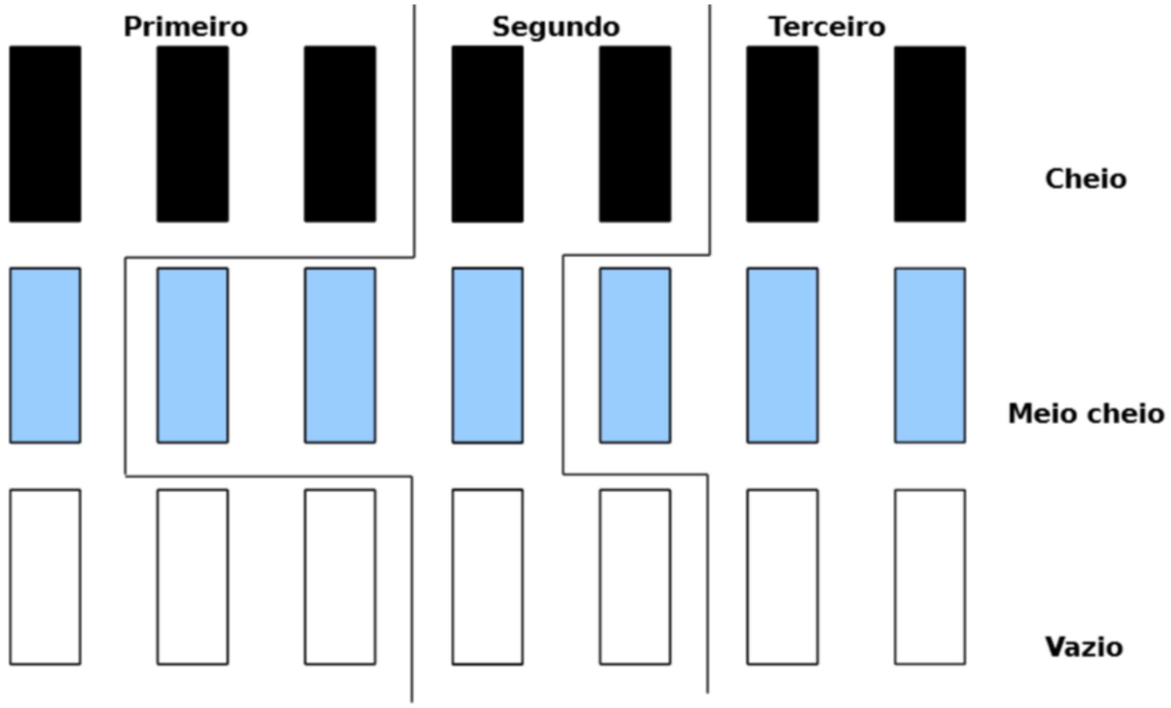


Figura 31: 21 vasos.

Fonte:http://www.matematica.seed.pr.gov.br/arquivos/File/Problemas_matematicos/solucao_dos_21_vasos.pdf

Os grupos, previamente divididos e reunidos, irão receber sete fichas em branco, sete coloridas pela metade e sete inteiras coloridas, visando “concretizar” os vasos e facilitar a solução coletiva do problema. O grupo que responder corretamente primeiro receberá cinco pontos, o segundo quatro e assim sucessivamente, porem eles não podem responder em voz alta para não influenciar os outros grupos. Então eles deverão levantar a mão para que um dos estagiários analise a solução.

ETAPA 3 (Circuito de Jogos):

Nessa etapa os alunos serão divididos em quatro grupos, sendo escolhido um representante de cada grupo, que se revezarão entre as atividades a seguir. Cada grupo terá um estagiário o acompanhando pelo circuito para orientá-los e anotar a pontuação.

ATIVIDADE 1 (Mesa de Tangrans):

Nesta atividade, o grupo será dirigido até uma mesa onde estarão dispostos alguns Tangrans e alguns quebra-cabeças com figuras, as quais eles deverão montar. Seguem nove exemplos de quebra-cabeças de Tangrans que serão utilizados.

Figura 32: Tangram.

Fonte: http://cdn.leiturinha.com.br/blog/uploads/2017/08/tangram_barco.jpg

Mostraremos aos alunos as figuras em preto, para que os alunos saibam como montá-las, depois sortearemos uma figura para cada grupo montar. Quem terminar primeiro ganha os pontos correspondentes a essa atividade.

ATIVIDADE 2 (Torre de Hanói):

Os alunos receberão uma prévia explicação a respeito da história da Torre de Hanói e das regras do jogo, para que possam então desenvolver a atividade. A atividade será realizada com apenas quatro discos. Quem realizar a atividade primeiro fatura os pontos da partida para sua equipe. Segue a ilustração do jogo em questão.

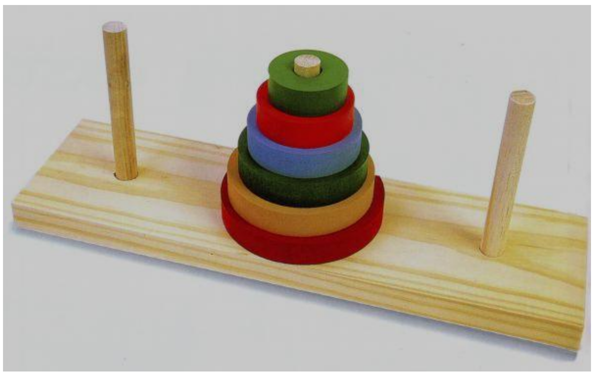


Figura 33: Torre de Hanói.

Fonte: https://images-americanas.b2w.io/produtos/01/00/item/7769/7/7769782_1SZ.jpg

ATIVIDADE 3 (jogo das quatro operações):

Peças: Tabuleiro, três dados (seis lados), relatório (folha A4).

Número de jogadores: cinco.

O jogo consiste em um tabuleiro no qual são possíveis jogar cinco pessoas. Cada jogador deve escolher uma cor para si. Dando início ao jogo: Para entrar no jogo, ou seja, avançar a casa “0”, o jogador lança os três dados. Usando os três números que foram tirados, o jogador deve utilizar as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), de modo que o resultado dos três dados dê zero. O jogador deve registrar qual a sequência de operações feitas em seu relatório (folha A4). Se o jogador conseguir realizar as operações de modo que o resultado dê zero, então, o mesmo jogador lança novamente os três dados, de modo a conseguir o número um. Se, após um minuto, o jogador não conseguir obter o resultado da próxima casa (no tabuleiro os números estarão dispostos em ordem crescente de zero à cinco), o mesmo deve passar sua vez. Assim o jogo segue até que um jogador chegue à casa de número cinco. Esse jogador obtém os pontos da partida para seu grupo.

ATIVIDADE 4 (Dominó de frações):

Nessa atividade temos o dominó das frações, que segue as regras do tradicional dominó, porém no lugar dos números comuns temos de um lado a ilustração de frações e do outro a representação numérica da fração, quem ganhar a partida leva dez pontos para sua equipe. Para iniciar o jogo os participantes deverão jogar par ou ímpar para definir quem dará início a partida, com qualquer peça.

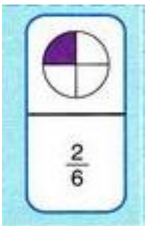


Figura 34: Peça dominó.

Fonte: http://jogossignificativos.blogspot.com/2013/04/trabalhar-fracoes-com-turminha-de-forma.html

ATIVIDADE 5 (Stop da Matemática):

Nessa atividade, vamos distribuir a seguinte tabela, para cada grupo:

Número	x^2	$2x + 1$	$3x$	$x - 5$	$x^2 – 2$	$7 - x$	$10x - 4$	$x^2 - x$	Total

Tabela 5: Stop da matemática.

Fonte: Acervo dos autores.

Após iremos sortear os números para que os alunos obtenham o valor numérico das equações. Quem terminar primeiro deve gritar: “STOP”. Então iremos conferir se os resultados estão corretos. A cada resultado certo o participante ganha dez pontos e a cada erro perde cinco. No final os pontos serão somados e o grupo que obtiver a maior pontuação será o ganhador.

ATIVIDADE 6 (Passa ou repassa):

Nessa atividade teremos cinco perguntas e para cada pergunta os grupos escolherão um representante, que ficará atrás de uma linha previamente desenhada. A pergunta será lida e o responsável pela atividade irá falar: “VALENDO”, e os alunos deverão correr até o sino, colocado em cima de uma cadeira, o primeiro que bater terá o direito de responder. Caso ele erre o participante perderá dois pontos e os outros competidores deverão voltar e correr novamente. Quem acertar ganhará dez pontos. Ao final, a equipe que tiver mais pontos ganha a prova.

Após todos os participantes passarem por todas as mesas de jogos, deverão se reunir novamente com o grupo todo. Em seguida, vamos solicitar que cada dois grupos formem um único grupo. Posteriormente, iremos fazer a seguinte atividade:

ATIVIDADE 7 (Qual é o número?):

A atividade se desenvolverá da seguinte forma:

- Será sorteada a ficha com as dicas, alternando-as entre os grupos;
- Se o grupo errar, a chance de resposta passa para o outro grupo;
- O grupo que acertar primeiro ganha dez pontos;

- Ao final o grupo que somar mais pontos ganha o jogo.

1- Sou um número par 2- Sou divisível por 3 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 5 e 20 5- Sou divisível por 9 6- Meu algarismo das dezenas é o 1 7- Sou divisível por 6 8- Meu algarismo das unidades é o 8 **Sou o número 18**	1- O algarismo das dezenas é 6 2- Tenho dois algarismos 3- Sou maior que 50 e menor que 80 4- Sou um número par 5- Sou múltiplo de 8 6- Sou divisível por 4 7- Sou múltiplo de 16 8- Meu algarismo das unidades é 4 **Sou o número 64**

Tabela 6: Fichas “Qual é o número”

Fonte: Jogos nas aulas de matemática do 6º ano.

3.4 PÚBLICO ALVO:

O projeto baseia-se na realização de algumas atividades relacionadas com o Dia Nacional da Matemática e alguns jogos e desafios. Tais atividades serão desenvolvidas com os alunos dos anos do período matutino e vespertino do Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli. Desta forma, almeja-se selecionar conceitos que estejam em harmonia com os níveis de conhecimento dos alunos do ensino fundamental II aos quais pretendemos atingir.

3.5 CRONOGRAMA.

Manhã	Tarde
7º B	8º E
7º A – 8º B	
7º A – 8º B	7º F
7º C – 8º A e C	8º F
7º C – 8º A e C	

3.6 RESULTADOS

Espera-se mediante a realização desse projeto evocar a contribuição de Malba Tahan quanto ao ensino de matemática. Propiciar aos alunos um ambiente agradável, com atividades potencialmente ricas e interessantes nas quais a matemática seja intrigante e desafiadora.

3.7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAIDO, Elisabete Rodrigues. JOGOS NAS AULAS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2013/2013_utfpr_mat_pdp_elisabete_rodrigues_baido.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2018.

BRASIL. Lei Federal nº12 835, de 26 de junho de 2013, que institui o Dia Nacional da Matemática. Casa Civil, subchefia para assuntos jurídicos. Brasília, DF, 26 de junho de 2013.

D'AMBROSIO, U. Por que se ensina Matemática? Disponível em: <http://apoiolondrina.pbworks.com/f/Por%2520que%2520ensinar%2520Matematica.pdf>. Acesso em: 20 jul. 2017.

PSICOPEDAGOGIA EM AÇÃO. Jogos matemáticos! Disponível em: <http://psicopedagogialudica.blogspot.com.br/p/matematica-co-jogos.html>. Acesso em: 14 abr. 2018.

3.8 Relatório do projeto Dia Nacional da Matemática.

No dia 23 de maio de 2018, quarta-feira, realizamos o projeto Dia Nacional da Matemática no Colégio Estadual Marilis Faria Pirotelli, Cascavel.

O projeto consistia na elaboração e realização de atividades em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, sendo uma oportunidade de estimular o interesse dos estudantes por meio de jogos e outras atividades, promovendo integração e cooperação, além de divulgar a história da matemática, pois muitos estudantes nunca ouviram falar de Malba Tahan, da importância e influência dele na matemática nacional.

Pelo fato do dia 06 de maio de 2018 ter sido em um domingo isso impossibilitou a realização do dia da matemática em sua data comemorativa. Após uma conversa entre a nossa orientadora e a equipe pedagógica do colégio, se propôs a utilização de uma data em que os professores teriam curso e os estudantes não poderiam ser liberados. Então o colégio cedeu essas aulas para a realização do projeto com as turmas dos professores que estariam envolvidos em um projeto de formação continuada, proposto pela Secretaria Estadual de Educação – SEED.

Desenvolvemos atividades diferenciadas envolvendo a matemática, para as turmas dos 7ºs e 8ºs anos do período matutino e vespertino. Ocorreu da seguinte forma, no período matutino: primeiro horário, com o 7º B, na sala de aula da turma; segundo e terceiro horários com o 7º A e 8º B, no auditório do colégio; quarto e quinto horários, 7º C, 8º A e 8º C, no auditório do colégio. No período vespertino: primeiro horário com o 8º E; terceiro horário com o 7º F; no quarto horário com o 8º F, nas salas de aula das turmas.

Diante disso, percebemos a dificuldade de trabalhar com uma grande quantidade de alunos em um local mais aberto e com mais espaço. As atividades desenvolvidas na sala tiveram melhor êxito do que no auditório, pois na sala o número de alunos era inferior, logo conseguíamos que os mesmos permanecessem em silêncio no momento das explicações, e ainda, como os grupos de alunos eram menores facilitava a cooperação e interação de todos. Já no auditório, como havia uma grande quantidade de alunos e o espaço era amplo, era explícita a dificuldade de obter atenção de todos. As divisões entre os grupos também se tornavam mais complicadas, pelo fato de termos alunos dos 7°s e 8ºs anos juntos, e ainda, como os grupos ficavam maiores, muitos deixavam de participar e o desinteresse era notório.

No período vespertino o decorrer do projeto foi mais calmo e tivemos melhor êxito, pois já sabíamos das dificuldades e de como havia sido no período matutino, logo optamos por trabalhar com as turmas em sala de aula e conseguimos corrigir todos os erros feitos anteriormente. Dessa forma, o interesse e cooperação dos alunos nas atividades nos deixaram satisfeitos.

Nosso projeto propôs a realização de uma gincana envolvendo diferentes atividades com pontuações específicas para cada equipe, mas no final todos seriam premiados.

Iniciávamos com a apresentação do projeto e da história de Malba Tahan (Júlio Cezar de Mello de Souza), a qual nenhum aluno ouvira falar. Após essa introdução, as turmas eram divididas em 4 ou 5 grupos, identificados com uma faixa de Tecido Não Tecido, TNT, cada grupo representava uma cor.

A primeira atividade constava de uma adaptação do problema “Os 21 vasos” originalmente encontrado no livro “O Homem que Calculava”, de Malba Tahan. A atividade consistia em 21 cartas que representavam os vasos de vinho, 7 cartas todas pintadas, 7 cartas pintadas pela metade e 7 cartas brancas, a parte pintada representava o vinho. O objetivo era dividir em três pessoas a mesma quantidade de cartas e de vinho. O grupo que a solucionava primeiro garantia 10 pontos para sua equipe. Nesta atividade, observamos que alguns grupos eram ágeis e logo conseguiam resolver, já outros precisavam de um encaminhamento e alguns era necessário solucionar o problema com eles, para que conseguissem entender.

Após essa atividade, os grupos foram subdivididos para competir em diferentes atividades, ou seja, cada grupo teria representantes para participar nas diversas atividades competindo com os membros das outras equipes. Havia 5 atividades simultâneas, com constante orientação e supervisão. Cada atividade, o orientador explicava como seria o decorrer da mesma, e analisava as respostas, anotando a pontuação.

As atividades desenvolvidas foram: Tangram, Torre de Hanói, Trilha das quatro operações, Stop das equações e Dominó das frações.

Na atividade do Tangram os alunos deveriam montar figuras com todas as peças de um jogo de Tangram, cada equipe sorteava uma carta, a qual continha uma figura toda em preto, apenas mostrando os contornos do desenho. Quem montasse a figura sorteada primeiro ganhava o jogo e pontuava para sua equipe. Percebemos nesta atividade, que a maioria dos alunos conheciam o Tangram e já haviam manipulado o mesmo, porém alguns nunca tinham visto. Mesmo assim, tiveram uma grande dificuldade na realização da atividade, poucas foram às equipes que conseguiram montar o desenho sorteado, talvez pela dificuldade das imagens. O desempenho entre os 7°s e 8ºs anos foi o mesmo, pois nenhuma turma se destacou por ter total domínio na montagem.

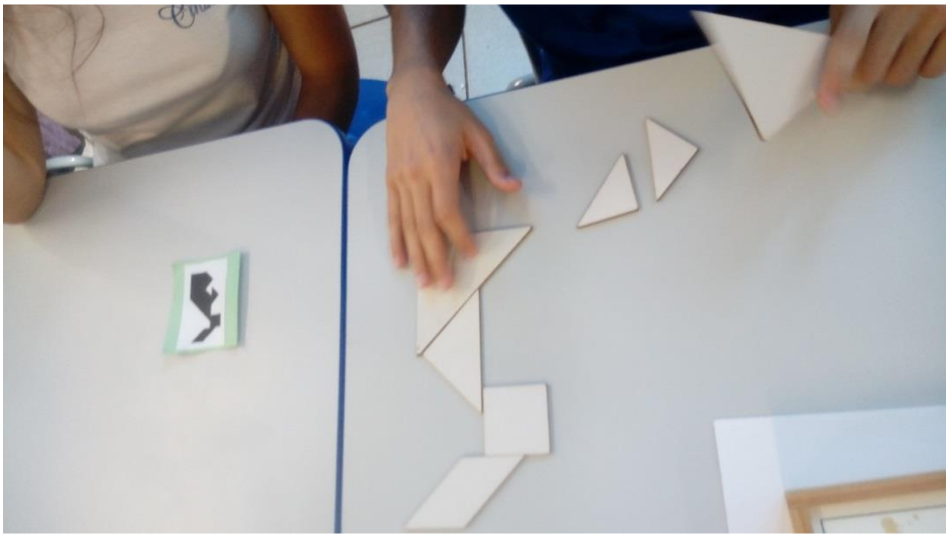


Figura 35: Alunos realizando atividade com o Tangram.

Fonte: Acervo dos autores

Outra atividade desenvolvida foi à Torre de Hanói. A torre possuía 6 discos e a transferência de todos os discos para outra haste deveria ser realizada corretamente, de forma que fossem respeitadas a seguintes regras: poderia-se mover somente um disco por vez e nunca se poderia colocar um disco maior sobre um menor. O primeiro a transferir todos os discos de uma haste para a outra seria o vencedor, pontuando para sua equipe.

Grande maioria dos alunos já conhecia a Torre de Hanói, e alguns nunca a haviam visto, porém não apresentaram muita dificuldade para entender como era o procedimento do jogo. O jogo se iniciava com 3 discos, para que os alunos pudessem entender como ocorria e pudessem adquirir prática nos movimentos; ao decorrer da atividade o número de discos aumentava, chegando ao total de 6 discos. Os alunos dos 8ºs anos tiveram mais facilidade na manipulação do jogo do que os alunos dos 7ºs anos, pois resolvê-lo parece exigir um maior grau de controle e concentração, que vai gradativamente aumentando como a idade.

Figura 36: Alunos realizando atividade com a Torre de Hanói.

Fonte: Acervo dos autores

Também apresentamos o jogo Trilha das quatro operações, no qual o jogador lança os 3 dados e utilizando os 3 valores que foram tirados, o jogador deve utilizar as 4 operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) para obter o número da próxima casa. Nessa atividade pode-se perceber uma diferença entre os estudantes dos 7ºs e os dos 8ºs anos, pois alguns alunos dos 7ºs anos mostraram uma grande competitividade, já os alunos dos 8ºs acabavam dando dicas para os colegas, tentavam mostrar um caminho sem dar a resposta, sendo mais cooperativos.

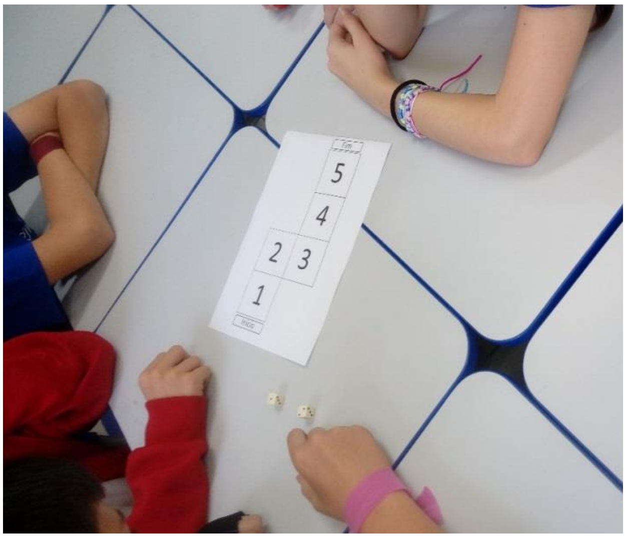


Figura 37: Alunos realizando jogando “trilha das quatro operações”.

Fonte: Acervo dos autores

Foi desenvolvida ainda o jogo Stop das equações. O orientador dizia um número e os alunos deveriam fazer as operações da cartela fornecida utilizando este número. Ou seja, calculavam o valor numérico em cada uma das equações. A cada resultado correto o participante ganhava cinco pontos e a cada erro perdia dois pontos. Ao final, os pontos eram somados e o ganhador pontuava para sua equipe.

A participação nesse jogo foi muito similar entre os alunos dos 7ºs e os alunos dos 8ºs anos, porém a habilidade de concentração e resolução pareceu ser maior nos alunos mais velhos. Um problema frequente foi a dúvida na ordem de resolução das operações; será que deveriam resolver primeiro as multiplicações ou as potências? Essa foi uma questão intrigante. Outra coisa interessante ocorria na hora de calcular a pontuação total, alguns eram muito lentos e precisavam registrar os cálculos no papel enquanto outros eram hábeis calculistas mentais. Geralmente havia uma dupla que se destacava e ia resolvendo mais rápido todos os cálculos propostos, sendo a ganhadora. Contudo, em algumas turmas houve várias duplas cujo desempenho foi muito bom.

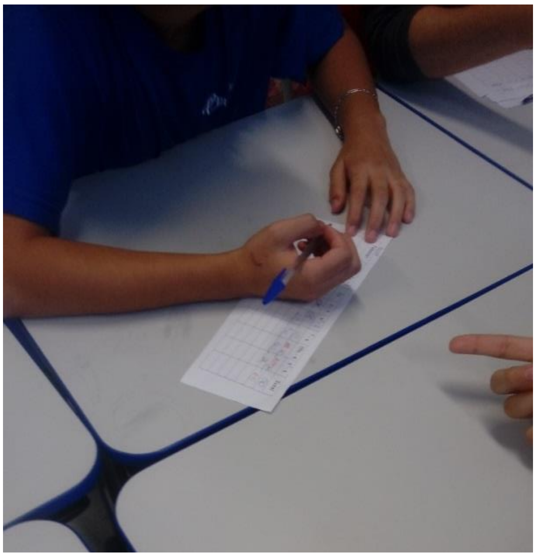


Figura 38: Alunos jogando “Stop das equações”.

Fonte: Acervo dos autores

Outra atividade realizada foi o Dominó de frações. Em que é baseado no dominó clássico que cada jogador começa com 7 peças, em um lado da peça tem uma fração e no outro lado a ilustração de uma fração. A equipe que acabar as peças primeiro vence o jogo e recebe a pontuação. Nessa atividade os alunos apresentaram grande dificuldade, não conseguiam achar as peças correspondentes as anteriores, pelo fato de não saberem simplificar frações e não interpretarem as ilustrações de forma correta. Logo, o desinteresse era notório. Sendo assim, a atividade foi pouco aplicada, sendo substituída por outras mais fáceis para os alunos, que despertasse o interesse e participação.

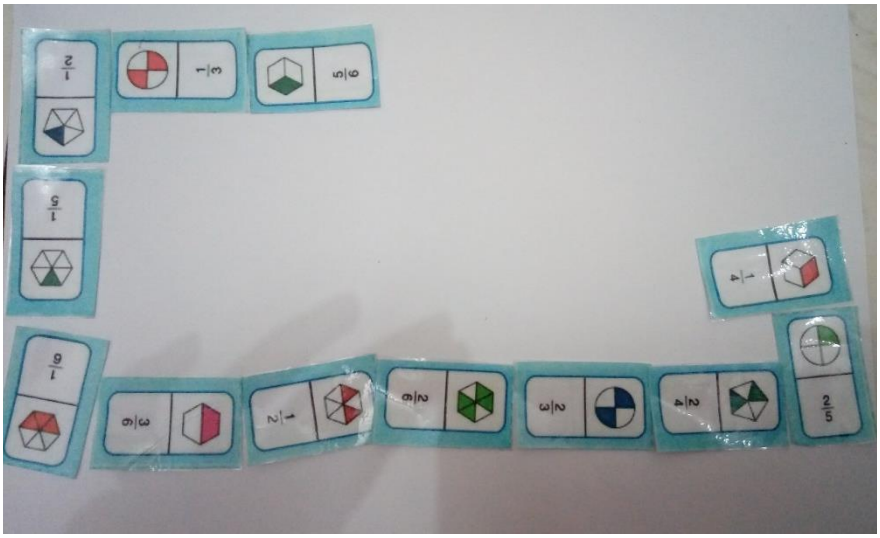


Figura 39: Jogo “Dominó das frações”.

Fonte: Acervo dos autores

Outro jogo trabalhado foi o Passa ou Repassa, consistia em perguntas matemáticas diversas, era feita a pergunta para uma equipe, se a mesma não soubesse ou errasse passava a vez para a próxima equipe responder, a equipe que tivesse mais respostas certas vencia o jogo, obtendo a pontuação. Como as perguntas eram de acordo com a faixa da série que os alunos estavam, os mesmos não tiveram dificuldade na atividade.

Também trabalhamos com o jogo Qual é o número, o qual possuía várias dicas para descobrir um número específico, cada equipe recebia uma dica sobre o número, se não soubesse ou errasse passava a vez para a próxima equipe. Ao final, a equipe que tivesse mais respostas certas ganhava o jogo, e obtinha a pontuação. Poucos alunos conseguiam ir unindo as dicas, para chegar ao resultando, à maioria chutava um valor referente à dica dada no momento. Porém, foi uma atividade que os alunos gostaram bastante.

Estas duas últimas atividades eram desenvolvidas alternadas, não estavam incluídas na gincana e, portanto, não foram aplicadas em todas as turmas. Preparamos as mesmas para utilizar no momento em que algum grupo tivesse terminado a atividade da gincana, para não precisarem ficar esperando ou gerando transtornos nas outras atividades.

A realização do projeto do dia da matemática foi muito proveitosa e satisfatória, pois foi nossa primeira experiência com uma grande quantidade de alunos de diversas faixas etárias. Podermos apresentar a matemática de uma forma dinâmica e interativa, desenvolvendo a participação e o gostar pelas atividades, foi maravilhoso.

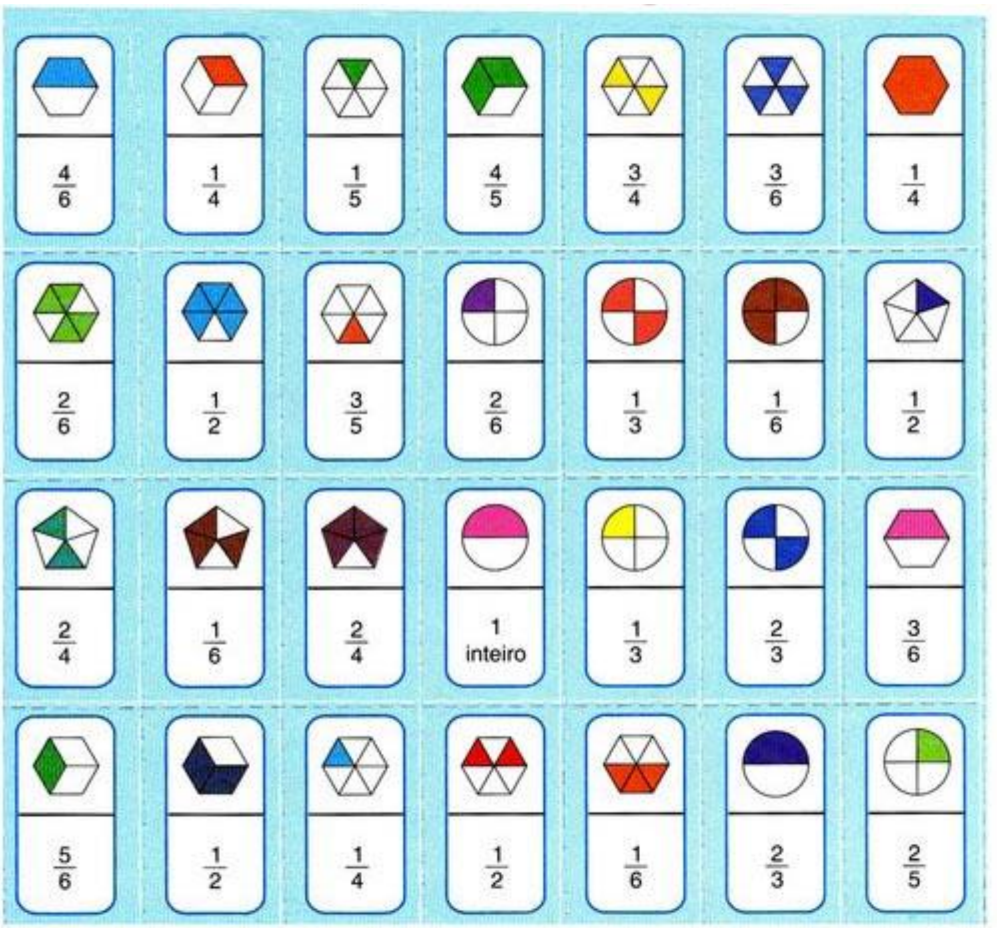
Inicialmente, houve aquele pré-conceito quando dizíamos que iríamos realizar atividades em comemoração ao Dia Nacional da Matemática, seguido daqueles típicos comentários “Ah matemática”, “Odeio matemática, não podia ser educação física”, “Aff, vamos fazer contas”, entre outros. Porém, após o início da realização das atividades os alunos se envolviam, prestavam atenção, se divertiam, cooperavam, interagiam tanto entre eles como com nós.

Portanto, apesar de todas as dificuldades no decorrer do projeto e, da exaustão que sentimos ao final, conseguimos enfrentar todos os contratempos e no final tudo acabou dando certo e como esperado. O projeto nos proporcionou um grande amadurecimento tanto pessoal quanto profissional.

4 ANEXOS:

TANGRANS

DOMINÓ DAS FRAÇÕES



FICHAS COM AS DICAS (Qual é o número?)

1- Meu algarismo das dezenas é igual ao das unidades 2- Sou um número ímpar 3- Estou entre 30 e 60 4- Tenho dois algarismos 5- 11 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 5 7- Meu algarismo das dezenas é 5 8- Meu dobro é maior que 100 **Sou o número 55**	1- Sou um número par 2- Estou entre 100 e 150 3- Tenho três algarismos 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 3 são meus divisores 6- Sou divisível por 10 7- Sou divisível por 5 8- Meu algarismo das centenas é 1 9- Meu algarismo das dezenas é 2. **Sou o número 120**
1- Sou divisível por 3 2- Estou entre 60 e 100 3- Tenho dois algarismos 4- 12 é um de meus divisores 5- Sou divisível por 2 6- Meu algarismo das unidades é 4 7- Minha metade está entre 30 e 45 **Sou o número 84**	1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre 1000 e 1100 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o 2 5- 2 e 3 são meus divisores 6- Sou menor que 1100 7- Meus algarismos da centena e dezena são zero. 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 1 **Sou o número 1002**
1- Sou um número par 2- Sou divisível por 3 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 5 e 20 5- Me utilizam muito para comprar produtos na feira 6- Sou divisível por 2 7- 6 é um dos meus divisores 8- 36 é um de meus múltiplos **Sou o número 12**	1- O algarismo das dezenas é 7 2- Tenho dois algarismos 3- Sou maior que 50 e menor que 80 4- Sou um número par 5- 9 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 2 7- Sou divisível por 12 8- Meu algarismo das unidades é 2 **Sou o número 72**

1- Sou divisível por 3 2- Estou entre 80 e 100 3- Tenho dois algarismos 4- 11 é um de meus divisores 5- Sou um número ímpar 6- Meu algarismo das unidades é 4 7- Meus algarismos de dezena e unidades são iguais **Sou o número 99**	1- Sou um número de dois algarismos 2- Estou entre 15 e 30 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o 2 5- 4 e 7 são meus divisores 6- Sou menor que 29 7- Meus algarismos da dezena é o 8. 8- Meu algarismo da unidade é o 2. **Sou o número 28**
1- Sou um número ímpar 2- Sou divisível por 3 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 20 e 50 5- Represento a meia idade 6- Sou divisível por 3 7- 15 é um dos meus divisores 8- 180 é um de meus múltiplos **Sou o número 45**	1- Sou divisível por 9 2- Sou um número ímpar 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 11 e 30 5- Também sou divisível por 3 6- Sou maior que 10 e menor que 30 7- 9 é um dos meus divisores 8- 81 é um de meus múltiplos **Sou o número 27**
1- Meu algarismo das dezenas é igual ao das unidades 2- Sou um número par 3- Estou entre 30 e 40 4- Tenho dois algarismos 5- 11 é um de meus divisores 6- 2 é um de meus divisores 7- Não sou divisível por 3 8- Meu triplo é menor que 70 **Sou o número 22**	1- Sou um número par 2- Estou entre 40 e 60 3- Tenho dois algarismos 4- Meu algarismo das unidades é o 2 5- 2 e 3 são meus divisores 6- Sou divisível por 7 7- Sou divisível por 6 8- Meu algarismo das dezenas é o 4 **Sou o número 42**

1- Meu algarismo das dezenas é igual a zero 2- Sou um número par 3- Sou um número famoso 4- Tenho três algarismos 5- 10 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 5 7- Meu algarismo das centenas é 1 **Sou o número 100**	1- Sou um número par 2- Estou entre 20 e 40 3- Tenho dois algarismos 4- Meu algarismo das unidades é zero 5- 4 e 5 são meus divisores 6- Sou divisível por 8 7- Sou divisível por 20 8- Meu algarismo das dezenas é 4 **Sou o número 40**
1- Sou um número ímpar 2- Estou entre 35 e 65 3- Tenho dois algarismos 4- Meu algarismo das unidades é 5 5- 3 e 5 são meus divisores 6 6- Sou divisível por 9 7- Sou divisível por 15 8- Meu algarismo das dezenas é 4 **Sou o número 45**	1- Meu algarismo das dezenas é o 3 2- Sou um número par 3- 12 é um de meus divisores 4- Tenho dois algarismos 5- 6 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 3 7- 72 é um de meus múltiplos 8- Ganhe um palpite a qualquer hora **Sou o número 36**
1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre 1000 e 2000 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 3 são meus divisores 6- Meu algarismo das centenas é 5 7- Meus algarismos das dezenas e das unidades são zero. 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 1 **Sou o número 1500**	1- Sou um número ímpar 2- Sou divisível por 3 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 30 e 50 5- Sou divisível por 13 6- Sou divisível por 3 7- Meu algarismo das dezenas é 3 8- Meu algarismo das unidades é 9 **Sou o número 39**

1- Sou um número par 2- Sou divisível por 4 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 20 e 30 5- Sou divisível por 2 6- Meu dobro é menor que 40 7- Sou divisível por 8 8- 48 é um de meus múltiplos **Sou o número 16**	1- Sou divisível por 100 2- Estou entre 350 e 550 3- Tenho três algarismos 4- 1500 é um de meus múltiplos 5- Sou a metade de um número famoso 6- Meu algarismo das unidades é o zero 7- Meu algarismo das dezenas é o zero **Sou o número 500**
1- Sou divisível por 1 e por mim mesmo 2- Estou entre 8 e 18 3- Tenho dois algarismos 4- 39 é um de meus múltiplos 5- Alguns não gostam do meu valor 6- Meu algarismo das dezenas é 3 7- Meu algarismo das unidades é 1 **Sou o número 13**	1- Sou divisível por 100 2- Estou entre 350 e 550 3- Tenho três algarismos 4- 2000 é um de meus múltiplos 5- Minha metade é o dobro de 100 6- Meu algarismo das unidades é o zero 7- Meu algarismo das dezenas é o zero **Sou o número 400**
1- Sou divisível por 3 2- Estou entre 2 e 11 3- Tenho um algarismo 4- 81 é um de meus múltiplos 5- Meu dobro é menor que 20 6- 27 é um de meus múltiplos 7- Sou divisível por 9 **Sou o número 9**	1- Sou divisível por 10 2- Sou um número par 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 11 e 30 5- Também sou divisível por 5 6- Sou maior que 15 e menor que 30 7- 4 é um dos meus divisores 8- 60 é um de meus múltiplos **Sou o número 20**

1- Sou um número par 2- Sou menor que 10 3- 48 é um de meus múltiplos 4- Sou divisível por 4 5- 72 é um de meus múltiplos 6- Você ganhou um palpite a qualquer hora 7- Sou divisível por 8 8- 16 é um de meus múltiplos **Sou o número 8**	1- Meu algarismo das dezenas é o 3 2- Sou um número ímpar 3- 7 é um de meus divisores 4- Tenho dois algarismos 5- 140 é um de meus múltiplos 6- Sou divisível por 5 7- Sou menor que 38 **Sou o número 35**
1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre 1500 e 3000 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 500 são meus divisores 6- Meu algarismo das centenas é o 5 7- Meu dobro é a metade de 10 000 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 2 **Sou o número 2500**	1- Meu algarismo das dezenas é o 6 2- Sou um número par 3- 12 é um de meus divisores 4- Tenho dois algarismos 5- 6 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 3 7- 180 é um de meus múltiplos **Sou o número 60**
1- Sou divisível por 5 2- Estou entre 15 e 40 3- Tenho dois algarismos 4- 75 é um de meus múltiplos 5- Sou maior que 20 6- Meu algarismo das unidades é 5 7- Meu dobro é menor que 60 **Sou o número 25**	1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre 2500 e 3500 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 3 são meus divisores 6- Sou menor que 3100 7- Meus algarismos da centena e dezena são zero. 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 3 **Sou o número 3000**

<table>
<tr>
<td>
1- Meu algarismo das dezenas é o 3
2- Sou um número par
3- 19 é um de meus divisores
4- Tenho dois algarismos
5- 2 é um de meus divisores
6- Meu algarismo das unidades é 8
7- Estou entre 30 e 40

Sou o número 38
</td>
<td>
1- Sou um número par
2- Estou entre 60 e 100
3- Tenho dois algarismos
4- Meu algarismo das unidades é zero
5- 3 e 5 são meus divisores
6- Sou divisível por 9
7- Sou divisível por 15
8- Meu algarismo das dezenas é 9

Sou o número 90
</td>
</tr>
<tr>
<td>
1- Sou divisível por 1
2- Sou menor que 10
3- Tenho um algarismo
4- Sou divisor de todos os números pares
5- Meu dobro é menor 7
6- 1000 é um de meus múltiplos
7- Divido tudo ao meio

Sou o número 2
</td>
<td>
1- Sou um número par
2- Estou entre 30 e 50
3- Tenho dois algarismos
4- Meu algarismo das unidades é 8
5- 4 e 6 são meus divisores
6- Sou divisível por 8
7- Sou divisível por 12
8- Meu algarismo das dezenas é 4

Sou o número 48
</td>
</tr>
<tr>
<td>
1- Sou divisível por 1
2- Estou entre 2 e 9
3- Tenho um algarismo
4- Todos os números terminados em zero são meus múltiplos
5- Meu dobro é menor que 15
6- 1000 é um de meus múltiplos
7- Sou divisível por 5

Sou o número 5
</td>
<td>
1- Avance uma casa e passe a vez
2- Sou divisível por 1
3- Estou entre 2 e 9
4- Tenho um algarismo
5- 15 é um de meus múltiplos
6- Meu triplo é menor que 10
7- 120 é um de meus múltiplos
8- Sou ímpar

Sou o número 3
</td>
</tr>
</table>

1- Sou um número par 2- Estou entre 400 e 450 3- Tenho três algarismos 4- Meu algarismo das unidades é 0 5- 60 e 70 são meus divisores 6- Sou divisível 10 7- Meu algarismo das dezenas é 2 **Sou o número 420**	1- Sou divisível por 1 2- Estou entre 2 e 9 3- Tenho um algarismo 4- 49 é um de meus múltiplos 5- Meu dobro é menor que 20 6- 56 é um de meus múltiplos 7- Sou divisível por 7 **Sou o número 7**
1- Meu algarismo das dezenas é igual a 0 2- Sou um número par 3- Estou entre 280 e 350 4- Tenho três algarismos 5- 60 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 5 7- Meu algarismo das centenas é 3 **Sou o número 300**	1- Sou um número par 2- Estou entre 200 e 300 3- Tenho três algarismos 4- Meu algarismo das unidades é 0 5- 25 e 50 são meus divisores 6- Sou divisível 10 7- Meu dobro é a metade de 1000 8- Meu algarismo das dezenas é 5 **Sou o número 250**
1- Sou divisível por 5 2- Sou um número ímpar 3- Tenho dois algarismos 4- Estou entre 60 e 90 5- Meu algarismo das dezenas é 8 6- Sou maior que 70 e menor que 90 7- Meu dobro é maior que 150 8- 170 é um de meus múltiplos **Sou o número 85**	1- Estou entre e 4500 e 6500 2- Sou um número par 3- Meu algarismo das unidades é o zero 4- 2 e 3 são meus divisores 5- Meu algarismo das centenas é o zero 6- Minha metade é o dobro de 1500 7- Meu algarismo da unidade de milhar é 6 **Sou o número 6000**

1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre 500 e 1500 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 200 são meus divisores 6- Meu algarismo das centenas é 0 7- Sou um número famoso 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 1 **Sou o número 1000**	1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre e 1500 e 3000 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 500 são meus divisores 6- Meu algarismo das centenas é o zero 7- Minha metade é 1000 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 2 **Sou o número 2000**
1- Meu algarismo das dezenas é igual a 6 2- Sou um número par 3- Estou entre 500 e 700 4- Tenho três algarismos 5- 60 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 120 7- O dobro de 150 é minha metade 8- Meu algarismo das centenas é 0 **Sou o número 600**	1- Meu algarismo das dezenas é igual a 5 2- Sou um número par 3- Estou entre 100 e 200 4- Tenho três algarismos 5- 50 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 3 7- Meu algarismo das centenas é 1 **Sou o número 150**
1- Meu algarismo das dezenas é igual a 6 2- Sou um número par 3- Estou entre 350 e 400 4- Tenho três algarismos 5- 60 é um de meus divisores 6- Sou divisível por 9 7- Meu algarismo das centenas é 3 **Sou o número 360**	1- Sou um número par 2- Sou menor que 1000 e maior que 800 3- Tenho três algarismos 4- Meu algarismo das unidades é 0 5- 30 e 100 são meus divisores 6- Sou divisível 9 7- Meu dobro é menor que 2000 8- Meu algarismo das dezenas é 0 **Sou o número 900**

1- Estou entre e 6000 e 8500 2- Sou um número par 3- Meu algarismo das unidades é o zero 4- 2 e 4 são meus divisores 5- Meu algarismo das centenas é o zero 6- Meu dobro mais 4000 somam 20000 7- Meu algarismo da unidade de milhar é 8 **Sou o número 8000**	1- Sou um número par 2- 2- Estou entre 600 e 800 3- Tenho três algarismos 4- Meu algarismo das unidades é 0 5- 70 e 100 são meus divisores 6- Sou divisível 10 7- Meu dobro mais 100 somam 1500 8- Meu algarismo das dezenas é 0 **Sou o número 700**
1- Sou um número de quatro algarismos 2- Estou entre e 2500 e 4500 3- Sou um número par 4- Meu algarismo das unidades é o zero 5- 2 e 1000 são meus divisores 6- Meu algarismo das centenas é o zero 7- Meu dobro mais 2000 somam 10000 8- Meu algarismo da unidade de milhar é 4 **Sou o número 4000**	1- Estou entre e 1500 e 2000 2- Sou um número par 3- Meu algarismo das unidades é o zero 4- 2 e 3 são meus divisores 5- Meu algarismo das centenas é o 8 6- Minha metade é menor que 1000 7- Meu algarismo da unidade de milhar é 1 **Sou o número 1800**